

**А. А. ВЕДЕНОВ**

**ЗАДАЧНИК  
ПО ФИЗИКЕ  
ПЛАЗМЫ**

**МОСКВА АТОМИЗДАТ 1981**

**УДК 533.9**

**Веденов А. А.** Задачник по физике плазмы. М.: Атомиздат, 1981. — 160 с.

Вниманию читателей предлагается около 100 задач с решениями, связанных с плазмой в природе и технике. Это — электрический разряд в газах, «горячая» плазма в магнитных ловушках, течения плазмы в магнитном поле (в космосе и в лаборатории), «термоядерная» плазма с плотностью твердого тела и температурой порядка нескольких килоэлектронвольт, плазма магнитосферы и ионосферы, неидеальная плазма, турбулентная плазма и т. п.

Книга рассчитана на студентов, аспирантов и научных работников, специализирующихся в области плазмы.

Табл. 10. Ил. 78. Библиогр. 111.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

|  |           |
|--|-----------|
| Предисловие . . . . .  | 9         |
| <b>Глава 1. Движение заряженных частиц в электрических и магнитных полях . . . . .</b> | <b>11</b> |
| Задачи . . . . .   | 12        |
| 1.1. Время жизни электрона в магнитной ловушке . . . . .                               | 12        |
| 1.2. Дрейфовая траектория протона в токамаке . . . . .                                 | 13        |
| 1.3. Дрейф электрона в магнитном поле Земли . . . . .                                  | 14        |
| 1.4. Движение заряженных частиц в магнитной ловушке «бейсбольного типа» . . . . .      | 15        |
| Список литературы . . . . .  | : 16      |
| <b>Глава 2. Газодинамика и магнитная газодинамика плазмы</b>                           | <b>17</b> |
| Задачи . . . . .   | 18        |
| 2.1. Изэнтропическая имплозия газа . . . . .   | 18        |
| 2.2. Сжатие газа между движущимися оболочками . . . . .                                | 19        |
| 2.3. Ускорение фольги при испарении с ее поверхности . . . . .                         | 21        |
| 2.4. Имплозия и ударное сжатие водорода . . . . .                                      | 22        |
| 2.5. Электромагнитное торможение струи плазмы . . . . .                                | 22        |
| 2.6. Винтовая неустойчивость проводника с током . . . . .                              | 23        |
| 2.7. «Перетяжка» на жидком проводнике с током . . . . .                                | 24        |
| 2.8. Влияние «вертикального» тока на положение плазменного шнура в токамаке . . . . .  | 26        |
| 2.9. Конвекция и диффузия плазмы в тороиде . . . . .                                   | 27        |
| 2.10. z-Пинч . . . . .   | 29        |
| 2.11. $\theta$ -Пинч . . . . .   | 30        |

|  |           |
|--|-----------|
| 2.12. МГД-динамо . . . . .   | 31        |
| 2.13. Обтекание спутника . . . . .   | 32        |
| Список литературы . . . . .  | 33        |
| <b>Глава 3. Электрический ток в проводящих средах . . . . .</b>                      | <b>33</b> |
| Задачи . . . . .   | 34        |
| 3.1. Генерация магнитного поля лазером в мишени . . . . .                            | 34        |
| 3.2. Контракция тока в сетке нелинейных сопротивлений . . . . .                      | 35        |
| 3.3. Нормальная плотность тока . . . . .   | 35        |
| 3.4. ВАХ фарадеевского МГД-генератора . . . . .                                      | 37        |
| 3.5. ВАХ холловского МГД-генератора . . . . .  | 38        |
| 3.6. ВАХ диагонального МГД-генератора . . . . .                                      | 38        |
| 3.7. Самовозбуждение фарадеевского МГД-генератора . . . . .                          | 39        |
| 3.8. Сопротивление слоистой плазмы . . . . .   | 40        |
| 3.9. Постоянная Холла слоистой плазмы . . . . .                                      | 41        |
| Список литературы . . . . .  | 41        |
| <b>Глава 4. Явления переноса и излучения в плазме . . . . .</b>                      | <b>42</b> |
| Задачи . . . . .   | 43        |
| 4.1. Свойства стекла, нагретого до $T=0,5$ кэВ . . . . .                             | 43        |
| 4.2. Росселандов пробег в газах . . . . .  | 46        |
| 4.3. Адиабатическое сжатие плазмы оболочкой . . . . .                                | 46        |
| 4.4. Тормозное излучение из плазмы с горячими электронами . . . . .                  | 47        |
| 4.5. Длительность излучения плазмы с горячими электронами . . . . .                  | 48        |
| 4.6. Температура солнечной короны и вакуумной искры . . . . .                        | 49        |
| 4.7. ВЧ-пробой в магнитном поле . . . . .  | 49        |
| 4.8. Многозарядные ионы в токамаке . . . . .   | 50        |
| 4.9. Проводимость и теплопроводность азота . . . . .                                 | 50        |
| 4.10. Лучистая теплопроводность плазмы, закритической для тепловых фотонов . . . . . | 51        |
| 4.11. Диффузия турбулентной плазмы . . . . .   | 51        |
| 4.12. Течение турбулентной плазмы поперек магнитного поля . . . . .                  | 52        |
| Список литературы . . . . .  | 52        |
| <b>Глава 5. Заряженная плазма . . . . .</b>  | <b>53</b> |
| Задачи . . . . .   | 53        |

|  |           |
|--|-----------|
| 5.1. Размер фокального пятна в электростатической линзе                            | 53        |
| 5.2. Волны на поверхности электронного пучка . . . . .                             | 54        |
| 5.3. Фазовый переход в охлажденной электронной плазме                              | 54        |
| Список литературы . . . . .  | 55        |
| <b>Глава 6. Линейные волны в плазме . . . . .</b>                                  | <b>55</b> |
| <b>Задачи . . . . .</b>  | <b>55</b> |
| 6.1. Распространение волн в электронном газе вдоль магнитного поля . . . . .       | 55        |
| 6.2. Распространение волн в электронном газе поперек магнитного поля . . . . .     | 58        |
| 6.3. Ленгмюровская волна . . . . .   | 60        |
| 6.4. Распространение МГД-волн поперек магнитного поля                              | 60        |
| 6.5. Ионно-звуковые волны . . . . .  | 62        |
| 6.6. Вращение плоскости поляризации . . . . .                                      | 62        |
| 6.7. Усиление электромагнитной волны в плазме ксенона                              | 63        |
| 6.8. Ввод СВЧ-волн в токамак . . . . .   | 64        |
| 6.9. Плотность и температура плазмы в Q-машине «Ариадна» . . . . .                 | 64        |
| 6.10. Скорость течения плазмы в Q-машине «Ариадна» .                               | 66        |
| 6.11. Поглощение лазерного импульса в плазменной мишени . . . . .                  | 66        |
| 6.12. Линейная трансформация электромагнитной волны в ленгмюровскую . . . . .      | 67        |
| 6.13. Возбуждение ионно-звуковой волны ионным пучком                               | 68        |
| 6.14. Мазер на циклотронном резонансе . . . . .                                    | 71        |
| 6.15. Возбуждение ионно-звуковой волны кольцевой сеткой                            | 71        |
| Список литературы . . . . .  | 72        |
| <b>Глава 7. Нелинейные волны в плазме . . . . .</b>                                | <b>73</b> |
| <b>Задачи . . . . .</b>  | <b>75</b> |
| 7.1. Гидродинамические уравнения для $l$ -плазмонов . .                            | 75        |
| 7.2. Индуцированное испускание ионно-звуковых $s$ -волн $l$ -плазмонами . . . . .  | 76        |
| 7.3. Распады $l$ -плазмонов ( $l \rightarrow l' + l''$ ) . . . . .                 | 77        |
| 7.4. Получение $s$ -волны разностной частоты при смешении двух $l$ -волн . . . . . | 78        |
| 7.5. Изменение длины $s$ -волны в турбулентной плазме                              | 79        |
| 7.6. Ионно-звуковой солитон . . . . .  | 79        |

|   |           |
|---|-----------|
| 7.7. Уменьшение затухания ленгмюровской волны с ростом амплитуды . . . . .              | 80        |
| 7.8. Прохождение электромагнитной волны через плазму надкритической плотности . . . . . | 81        |
| 7.9. Плазменное эхо на модели двух гребенок . . . . .                                   | 81        |
| 7.10. Плазменное эхо в турбулентной плазме . . . . .                                    | 81        |
| 7.11. Модуляционная неустойчивость . . . . .  | 82        |
| 7.12. Распад слабоионизованной плазмы на слои . . . . .                                 | 82        |
| 7.13. Возбуждение ленгмюровских колебаний электронным пучком . . . . .                  | 83        |
| Список литературы . . . . .   | 84        |
| <b>Глава 8. Турбулентная плазма . . . . .</b>   | <b>85</b> |
| Задачи . . . . .  | 85        |
| 8.1. Электростатические волны в ловушке с магнитными пробками . . . . .                 | 85        |
| 8.2. Температура и плотность плазмы в магнитной ловушке 2XIB . . . . .                  | 87        |
| 8.3. Аномальная температуропроводность в установке ORMAK . . . . .                      | 88        |
| 8.4. Температура горячих электронов в установке CIRCE . . . . .                         | 88        |
| 8.5. О плазменном ускорителе ионов . . . . .  | 89        |
| 8.6. Желобковые колебания в ловушке с магнитными зеркалами и стержнями Иоффе . . . . .  | 89        |
| 8.7. Ионно-звуковая турбулентность . . . . .  | 90        |
| 8.8. Убегающие электроны в токамаке . . . . .   | 91        |
| Список литературы . . . . .   | 92        |
| <b>Глава 9. Ударные волны в плазме . . . . .</b>  | <b>93</b> |
| Задачи . . . . .  | 93        |
| 9.1. Ударная волна в $\theta$ -пинче . . . . .  | 93        |
| 9.2. Сжатие плазмы в ударной трубе . . . . .  | 95        |
| 9.3. Ударная волна при обтекании солнечным ветром магнитосферы Земли . . . . .          | 97        |
| Список литературы . . . . .   | 97        |
| <b>Глава 10. Неидеальная плазма . . . . .</b>   | <b>97</b> |
| Задачи . . . . .  | 98        |
| 10.1. Зависимость проводимости паров ртути и цезия от плотности . . . . .               | 98        |

|   |            |
|---|------------|
| 10.2. Падение давления в цезии из-за возникновения кластеров . . . . .                        | 99         |
| 10.3. Вязкость стекла, нагретого до $T=1$ кэВ . . . . .                                       | 99         |
| 10.4. Расслоение водородно-гелиевой плазмы . . . . .  | 100        |
| 10.5. Рост термо-э. д. с. паров цезия с температурой . . . . .                                | 101        |
| 10.6. Вириальное разложение свободной энергии плазмы . . . . .                                | 102        |
| Список литературы . . . . .   | 103        |
| <b>Глава 11. Электрические разряды . . . . .</b>  | <b>103</b> |
| <b>Задачи . . . . .</b>   | <b>103</b> |
| 11.1. Потери на корону в ЛЭП . . . . .  | 103        |
| 11.2. Радиопомехи от ЛЭП . . . . .  | 104        |
| 11.3. ВАХ дуги в трубе . . . . .  | 105        |
| 11.4. Продольная дуга в потоке газа . . . . .   | 106        |
| 11.5. Факел над твердой поверхностью при облучении светом $\text{CO}_2$ -лазера . . . . .     | 108        |
| 11.6. Полярные сияния . . . . .   | 109        |
| 11.7. Неоновый световой индикатор . . . . .   | 109        |
| 11.8. ВАХ тлеющего разряда в потоке газа. ВАХ разряда с внешней ионизацией . . . . .          | 110        |
| 11.9. Искра в автомобильной свече . . . . .   | 111        |
| 11.10. Цепочка плазменных шаров от сфокусированного излучения $\text{CO}_2$ -лазера . . . . . | 112        |
| 11.11. ВЧ-пробой в воздухе при пониженном давлении . . . . .                                  | 112        |
| 11.12. Электрофильтрация аэрозоля с помощью коронного и тлеющего разряда . . . . .            | 113        |
| Список литературы . . . . .   | 114        |
| <b>Глава 12. Электронные и ионные пучки . . . . .</b>   | <b>115</b> |
| <b>Задачи . . . . .</b>   | <b>115</b> |
| 12.1. Нейтрализация ионного пучка . . . . .   | 115        |
| 12.2. Газовая фокусировка электронного пучка . . . . .  | 116        |
| 12.3. КПД эрозионного двигателя . . . . .   | 117        |
| 12.4. Ускорение ионов электронным пучком . . . . .  | 117        |
| 12.5. Дефокусировка ионного пучка в газе . . . . .  | 118        |
| Список литературы . . . . .   | 118        |

|  |     |
|--|-----|
| <b>Глава 13. Плазма в космосе</b>                                      | 119 |
| <b>Задачи</b>  | 119 |
| 13.1. Ионосфера Земли и планет   | 119 |
| 13.2. Солнечный ветер  | 121 |
| 13.3. Магнитосфера Земли   | 122 |
| 13.4. Диффузия космических лучей в Галактике                           | 124 |
| <b>Список литературы</b>   | 125 |
| <b>Глава 14. Плазмохимия</b>   | 126 |
| <b>Задача</b>  | 126 |
| 14.1. Разложение углекислого газа                                      | 126 |
| <b>Список литературы</b>   | 129 |
| <b>Глава 15. Разделение изотопов в плазме</b>                          | 130 |
| <b>Задача</b>  | 130 |
| 15.1. Разделение изотопов при ионно-циклотронном резонансе в плазме    | 130 |
| <b>Список литературы</b>   | 131 |
| <b>Глава 16. Термоядерный синтез. Генерация нейтронов</b>              | 131 |
| <b>Задачи</b>  | 131 |
| 16.1. Выход нейтронов при бомбардировке мишеней протонами и дейтронами | 131 |
| 16.2. Зажигание DT-шара  | 132 |
| 16.3. Сжатие и нагрев DT-плазмы в стеклянной сфере лазерным импульсом  | 133 |
| <b>Список литературы</b>   | 134 |
| <b>Приложения</b>  | 134 |
| <b>Список литературы</b>   | 157 |
| <b>Алфавитно-предметный указатель</b>                                  | 158 |



## ПРЕДИСЛОВИЕ

За 30 лет термоядерных и космических исследований физика плазмы развилась настолько, что сейчас, пожалуй, в ней не осталось явлений, которые не были бы поняты по крайней мере качественно. Кажется целесообразным собрать вместе вопросы, обсуждавшиеся в последние годы в связи с различными техническими приложениями плазмы и с плазмой в природе.

Один из способов сжатого изложения материала — представить его в виде задач. Ниже рассмотрено около 100 задач с решениями, связанных с плазмой в природе и технике. В них рассмотрена физика электрического разряда в газах (условия пробоя, вольт-амперные характеристики) и его различные приложения в технике (дуга в плазматроне, тлеющий разряд в источниках света и  $\text{CO}_2$ -лазерах, корона в электрофильтрах и линиях электропередач и т. п.); физика ламинарной и турбулентной «горячей» плазмы в различных магнитных ловушках (ловушках с магнитными пробками, токамаках) в исследованиях по управляемому термоядерному синтезу; магнитная газодинамика плазмы в лаборатории (МГД-генератор) и космосе (солнечный ветер). Рассмотрены «термоядерная» плазма с плотностью порядка плотности твердого тела и температурой порядка не-

скольких килоэлектронвольт (которую получают, например, при освещении микроскопических мишеней мощным лазерным импульсом); плазма различных слоев ионосферы и плазма магнитосферы; неидеальная плазма и др.

Теоретические указания для решения задач содержатся в кратких вводных разделах к каждой главе; более полное описание теории и эксперимента можно найти в литературе, цитированной в конце каждой главы. В приложения вынесен ряд полезных справочных данных.

В задачнике, если нет специальной оговорки, используются единицы СГС.

Автор благодарен Г. Г. Гладушу, А. М. Камчатнову, Л. С. Красицкой, Б. А. Трубникову, А. Л. Чернякову и особенно Л. И. Третьяковой, сделавшим ряд полезных замечаний по рукописи задачника.

## ГЛАВА 1

### ДВИЖЕНИЕ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ И МАГНИТНЫХ ПОЛЯХ

В магнитном поле  $H$  заряд  $e$  массы  $m$  движется по спирали: в плоскости, перпендикулярной  $\mathbf{H}$ , — по окружности так называемого ларморовского круга с частотой  $\omega_H = eH/mc$  ( $c$  — скорость света) и скоростью  $v_{\perp}$ , вдоль  $H$  — равномерно, со скоростью  $v_{\parallel}$ . При медленных изменениях магнитного поля сохраняется адиабатический инвариант  $v_{\perp}^2/\omega_H$ . Заряд, движущийся в постоянном неоднородном магнитном поле, отражается от областей большого магнитного поля («магнитных пробок»), поскольку в этих областях энергия поперечного движения возрастает (пропорционально  $H$ ) и, вследствие сохранения полной энергии, энергия продольного движения уменьшается и в некоторой точке в достаточно сильной пробке обращается в нуль.

В скрещенных электрическом  $\mathbf{E}$  и магнитном  $\mathbf{H}$  полях заряд дрейфует в направлении  $\mathbf{E} \times \mathbf{H}$  со скоростью  $cE/H$ ; если действуют не электрические силы, а какие-либо иные (гравитационная, центробежная сила инерции), то дрейф в поперечном направлении  $\mathbf{F} \times \mathbf{H}$  проис-

ходит со скоростью  $cF/eH$ . (Это справедливо, если разность потенциалов силы  $F$  на длине радиуса ларморовского круга  $\rho$  много меньше кинетической энергии заряда.)

В магнитном поле, неоднородном в направлении, перпендикулярном силовым линиям, заряд дрейфует поперек градиента и силовых линий со скоростью  $^{1/2}\rho v_{\perp} |\nabla H| / H$  (подробнее см., например, [7]).

### Задачи

1.1. Какими процессами обусловлен уход заряженных частиц из ловушек с магнитными пробками при предельно низких давлениях ( $p \rightarrow 0$ ) в опытах С. Н. Родионова [1], Гибсона и др. [2], А. Н. Дубининой и др. [3]?

### Решение

Если ларморовский радиус  $\rho$  заряженной частицы, движущейся в ловушке, много меньше расстояния между магнитными пробками  $L$  (при «пробочном отношении»  $H_{\max}/H_{\min} \gg 1$ ), то основной процесс, приводящий к уходу зарядов из ловушки, — столкновения с атомами остаточного газа.

В работах [1—3], выполненных при давлении  $p = 10^{-11}$  атм\* и энергии электронов порядка десятка килоэлектронвольт, пробег до рассеяния на угол  $\theta = 1$  рад составлял [4, 5]

$$l = (E^2 / 7000) \cdot 10^{11} \cong 10^9 + 10^{10} \text{ см}$$

(где  $l$  измеряется в см,  $E$  — в кэВ), а время жизни, — несколько секунд.

С уменьшением магнитного поля, при  $\rho \gg \gg (0,05 + 0,1)L$ , движение отдельной частицы становится «неадиабатическим», «перекачка» энергии поперечно-

\* 1 атм = 760 мм рт. ст. =  $10^6$  эрг/см<sup>3</sup>.

го движения в энергию продольного движения становится несинхронной с колебаниями частицы между пробками, и время жизни в ловушке резко уменьшается (составляет  $10^2$ — $10^3$  периодов колебаний).

1.2. Оценить размеры дрейфовых траекторий пролетного и запертого ионов водорода с энергией 1 кэВ в токамаке Т-10 (напряженность продольного магнитного поля  $H_{\parallel} = 50$  кГс\*), продольный ток  $I = 800$  кА, большой радиус тороидальной камеры  $R = 1,5$  м, радиус диафрагмы  $a = 0,2$  м).

### Решение [8]

Силовые линии магнитного поля в токамаке Т-10 направлены по винтовой линии с большим шагом вдоль тороида ( $H_{\perp} = 2I/ca = 8$  кГс  $\ll H_{\parallel}$ ), рис. 1.1. Напряженность магнитного поля на внутренней стороне шнура больше, чем на внешней. Поэтому ион, запертый между двумя соседними магнитными пробками в плазменном шнуре, испытывает воздействие поперечной силы

$$F = \frac{M}{R} \left( v_{\parallel}^2 + \frac{v_{\perp}^2}{2} \right)$$

и в результате смещается относительно магнитной силовой линии (проекция которой на сечение плазменного шнура приведена на рис. 1.2) вдоль оси  $y$ . В результате этого дрейфа ион, движущийся от магнитной пробки  $O$  вдоль силовой линии против часовой стрелки, проходит последовательно точки  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и, отразившись от пробки  $O'$ , возвращается в  $O$  вдоль силовой линии по часовой стрелке через точки  $C'$ ,  $B'$ ,  $A'$ .

Размеры траектории иона («серпа» или «банана»):  $OO'$  — порядка диаметра плазменного шнура,  $BB'$  —

---

\* Обычно в плазме напряженность магнитного поля и магнитная индукция равны; в задачнике используются обе эти величины.

порядка  $vt$ , где  $v=cF/eH$ ,  $t=Ha/H_{\perp}v_{\parallel}$  — время колебаний между пробками.

1.3. За какое время продрейфует вокруг Земли электрон с энергией 1 МэВ, инжектированный в магнитное поле Земли на магнитном экваторе на высоте  $h=R_3=6,4 \cdot 10^3$  км перпендикулярно силовой линии? Как изме-

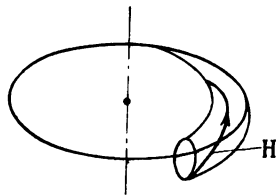


Рис. 1.1

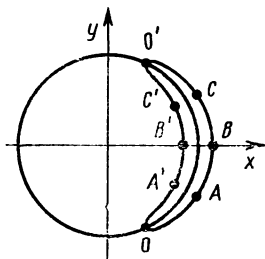


Рис. 1.2

нится время дрейфа при наклонной инжекции (под углом  $45^\circ$ ) электрона. Насколько повлияют на этот дрейф случайные электрические поля в ионосфере ( $E=0,1$  мВ/см)? Не уйдет ли электрон за время дрейфа вокруг Земли в «конус потерь» из-за столкновений с частицами геокороны? Из-за воздействия случайных электромагнитных полей?

То же для протона с энергией 1 МэВ.\*

### Решение

Скорость «магнитного дрейфа» (из-за неоднородности магнитного поля) равна

$$v_{\text{магн}} = \frac{c^2}{2\omega_H} \left[ 1 - \left( \frac{mc^2}{\epsilon} \right)^2 \right] \frac{\nabla H}{H},$$

\* Если в условиях задачи имеются несколько близких вопросов, ответ приводится, как правило, лишь на основной вопрос.

где  $\omega_H = e c H / \varepsilon$ ,  $\varepsilon$  — энергия электрона. Подставляя  $\nabla H / H = 3 / R_3$ ,  $H = 4000 \gamma^*$  (табл. 1.1), получаем  $v_{\text{магн}} = 10^5$  см/с, так что время обращения электрона (движущегося в восточном направлении) равно  $2\pi 2R_3 / v_{\text{магн}} \approx 10^6$  с.

Таблица 1.1

| $h/R_3$     | 0      | 1    | 5   | 6   | 8   | 10 |
|-------------|--------|------|-----|-----|-----|----|
| $H, \gamma$ | 35 000 | 4000 | 270 | 170 | 100 | 60 |

Для выхода в конус потерь средний квадрат угла рассеяния электрона [4, 5]

$$\bar{\theta}^2 = 0,157 \frac{Z(Z+1)}{A} \frac{d\Lambda}{(pv)^2}; \quad \Lambda = \ln(r_{\text{макс}}/r_{\text{мин}}) \quad (1.1)$$

(где  $p = \gamma_{\text{рел}} m v$ ,  $\gamma_{\text{рел}} = \sqrt{1 - v^2/c^2}$ ) должен быть порядка единицы. Считая эффективную толщину среды  $d$ , пройденную электроном, равной  $\rho v t$  ( $\rho = 10^{-20}$  г/см<sup>3</sup> — плотность геокороны при  $h \approx R_3$ ), получаем при  $t = 10^5$  с,  $v = 10^{10}$  см/с,  $Z = A = 1$ ,  $\Lambda \approx 10$   $\bar{\theta}^2 \approx 10^{-4} \ll 1$ . Таким образом, за время дрейфа вокруг Земли электрон уйти в конус потерь из-за столкновений не успевает.

1.4. Как дрейфуют электроны и ионы в магнитной ловушке «бейсбольного типа») [6]?

### Решение

На заряженную частицу, которая колеблется между точками  $A$  и  $B$  на силовой линии (рис. 1.3), действует поперечная сила, направленная на участке  $AC$  в основ-

\*  $\gamma = 10^{-5}$  Э.

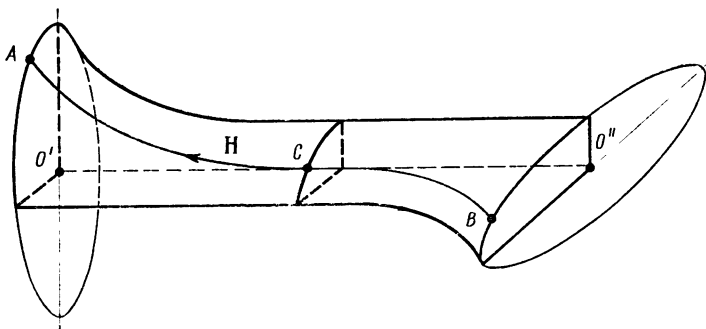


Рис. 1.3

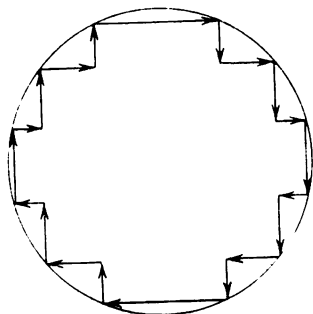


Рис. 1.4

дрейфующей частицы в плоскости, перпендикулярной оси  $O'O''$ .

ном вниз, а на участке  $CB$  — в основном от читателя. Под действием скрещенных поперечной силы  $F$  и магнитного поля  $H$  частица дрейфует в направлении  $F \times H$  и смещается на участке  $AC$  в направлении от читателя, а на участке  $CB$  — вверх. На рис. 1.4 схематически изображена траектория

### Список литературы

1. Родионов С. Н. Экспериментальная проверка поведения заряженных частиц в адиабатической ловушке. — Атомная энергия, 1959, т. 6, с. 623.
2. Gibson G., Jordan W., Lauer E. Containment of positrons in a mirror machine. — Phys. Rev. Lett., 1960, v. 5, p. 141.
3. Дубинина А. Н., Красицкая Л. С., Юдин Ю. А. Motion of charged particles in a magnetic trap with mirror configuration. — Plasma Physics, 1969, v. 11, p. 551.



4. Экспериментальная ядерная физика. Под ред. Сегрэ. Пер. с англ. М., Изд-во иностр. лит., 1955.
5. Ферми Э. Ядерная физика. Пер. с англ. М., Изд-во иностр. лит., 1951.
6. Рютов Д. Д., Ступаков Г. В. Поперечные потери частиц в амбиполярной плазменной ловушке. — Письма ЖЭТФ, 1977, т. 26, с. 186.
7. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля. М., Наука, 1967.
8. Арцимович Л. А. Замкнутые плазменные конфигурации. М., Наука, 1969.

## ГЛАВА 2

### ГАЗОДИНАМИКА И МАГНИТНАЯ ГАЗОДИНАМИКА ПЛАЗМЫ

Система уравнений магнитной газодинамики включает уравнения движения

$$\text{непрерывности} \quad \rho dv/dt = -\nabla p + [\mathbf{j} \times \mathbf{B}]/c, \quad (2.1)$$

$$\partial \rho / \partial t + \nabla \rho \mathbf{V} = 0, \quad (2.2)$$

энергии (теплового баланса)

$$T ds/dt = \nabla k \nabla T + 1/2 \eta (\nabla \mathbf{V})^2 + \mathbf{j}^2 / \sigma \quad (2.3)$$

и уравнения Максвелла

$$\nabla \times \dot{\mathbf{H}} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t};$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}; \quad (2.4)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 4\pi \rho_c;$$

$$\mathbf{j} = \sigma \left( \mathbf{E} + \frac{1}{c} \mathbf{v} \times \mathbf{H} \right)$$

(без учета термо-э. д. с. и анизотропии, вносимой магнитным полем). Здесь  $\mathbf{v}$  — скорость плазмы;  $\rho$ ,  $p$ ,  $T$  и  $s$  — плотность, давление, температура и энтропия;  $k$ ,  $\eta$ ,

$\sigma$  — кинетические коэффициенты: теплопроводность, вязкость, проводимость;  $\rho_c$  и  $\mathbf{j}$  — плотности пространственного заряда и тока.

Во многих задачах основные черты явления определяются силами инерции, давлением и ponderomotorными силами при адиабатичности движения:  $k=\eta=1/\sigma=0$ ,  $p \sim n^\gamma$ . Магнитное поле при этом «вморожено» в плазму (частицы плазмы «приклеены» к силовым линиям).

Плотность энергии в магнитной газодинамике равна сумме кинетической энергии движения плазмы, тепловой энергии и магнитной энергии

$$\frac{\rho v^2}{2} + \frac{1}{\gamma - 1} n T + \frac{H^2}{8\pi}. \quad (2.5)$$

Часто различные виды энергии сосредоточены в различных областях пространства (плазменный шнур с током, плазма, сжимаемая тяжелой оболочкой); тогда систему уравнений в частных производных можно приближенно заменить системой обыкновенных дифференциальных уравнений для средних значений плотности, скорости, магнитного поля и т. п.

## Задачи

**2.1.** Как должна меняться во времени мощность, подводимая к единице площади плоского слоя газа (масса газа на единицу площади равна  $M$ ) для осуществления его бесконечного безударного сжатия (имплозии) [1]? (Показатель адиабаты соответствует вырожденному электронному газу  $\gamma=5/3$ .)

То же для трехмерного сжатия [2].

## Решение

Грубо говоря, имплозия осуществляется, если в каждый момент времени текущая толщина слоя  $x$  равна

расстоянию, проходимому звуком за интервал времени  $t$  до момента бесконечного сжатия\*. Показатель степени  $n$  в законе сжатия

$$x = x_0 (t/t_0)^n$$

найдем из условия

$$x = ct.$$

Подставляя сюда  $c = \sqrt{\partial p / \partial \rho}$ ,  $p = p_0 (\rho/\rho_0)^\gamma$  и  $p = M/x$  (где  $p_0$  и  $p$  — начальное и текущее давления,  $\rho_0$  и  $\rho$  — начальная и текущая плотности газа в слое), получаем

$$n = 2/(\gamma + 1), \quad x_0 = c_0 t_0 \quad (c_0 = \sqrt{\gamma p_0 / \rho_0}).$$

Мощность, требуемая для осуществления имплозии, должна меняться пропорционально величине

$$\rho c^3 = \rho_0 c_0^3 (t/t_0)^{-(3\gamma-1)/(\gamma+1)}$$

(при  $\gamma = 5/3$ ,  $\rho c^3 \sim t^{-3/2}$ ).

В трехмерном случае  $\rho = M/4/3\pi r^3$ ; для показателя  $n$  в законе сжатия  $r = r_0 (t/t_0)^n$  из условия  $r = ct$  аналогично получаем  $n = 2/(3\gamma - 1)$ , и мощность, необходимая для имплозии, пропорциональна величине

$$r^2 \rho c^3 \sim t^{-(9\gamma-7)/(3\gamma-1)}$$

(при  $\gamma = 5/3$ ,  $r^2 \rho c^3 \sim t^{-2}$ ).

**2.2.** Как должна меняться во времени мощность, подводимая к единице площади системы двух параллельных тонких пластин (с массами на единицу площади, соответственно равными  $m$  и  $M$ ) с невесомым изэнтропическим газом между ними, для осуществления его бесконечного сжатия?

\* Пример точного расчета имплозии на ЭВМ приведен в Приложении 4.

Что произойдет, если подводить мощность быстрее или медленнее?

То же для сферического случая.

### Решение

Движение ускоряемой массы  $m$  определяется давлением адиабатически сжимаемого газа (рис. 2.1):

$$m \frac{d^2 x_1}{dt^2} = p_0 \left( \frac{l}{x_2 - x_1} \right)^\gamma,$$

где  $l$  — начальное расстояние между оболочками. Полагая  $x_{1,2} = l_{1,2} (t/t_0)^n$  ( $t$  — интервал времени до момента

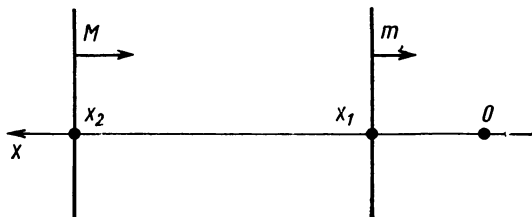


Рис. 2.1

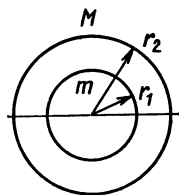


Рис. 2.2

бесконечного сжатия газа между пластинами), получаем

$$n = \frac{2}{\gamma + 1}, \quad \frac{p_0 t_0}{m} = \frac{2(\gamma - 1)}{(\gamma + 1)^2} \frac{l_2}{t_0}.$$

Энергия системы равна

$$E = \frac{1}{\gamma - 1} p (x_2 - x_1) + \frac{m}{2} \left( \frac{dx_1}{dt} \right)^2 + \frac{M}{2} \left( \frac{dx_2}{dt} \right)^2 \sim t^{-2(\gamma - 1)/(\gamma + 1)},$$

и мощность, необходимая для осуществления движения, есть

$$dE/dt \sim t^{-(3\gamma-1)/(\gamma+1)}.$$

В сферическом случае (рис. 2.2) уравнение движения бесконечно-тонкой сферической оболочки массы  $m$  имеет вид

$$m \frac{d^2 r_1}{dt^2} = -4\pi r^2 p_0 \left( \frac{R_2^3 - R_1^3}{r_2^3 - r_1^3} \right)^\gamma, \quad (2.6)$$

где  $R_{1,2}$  — начальные радиусы оболочек. Полагая  $r_{1,2} = R_{1,2} (t/t_0)^n$ , получаем из (2.6)

$$n = 2/(3\gamma - 1), \quad t_0^{-2} = -4\pi p_0 R_1 / mn (n - 1).$$

Энергия системы равна

$$E = \frac{1}{\gamma-1} p \frac{4\pi}{3} (r_2^3 - r_1^3) + \frac{m}{2} \left( \frac{dr_1}{dt} \right)^2 + \frac{M}{2} \left( \frac{dr_2}{dt} \right)^2 \sim t^{-6(\gamma-1)/(3\gamma-1)},$$

и мощность, необходимая для осуществления движения, есть

$$dE/dt \sim t^{-(9\gamma-7)/(3\gamma-1)}.$$

2.3. До какой скорости можно разогнать золотую фольгу толщиной  $l=10$  мкм, испаряя вещество с ее поверхности? Плотность выделяемой энергии  $Q=100$  Дж/мм<sup>2</sup>.

### Решение

Если при выделении энергии на поверхности фольги тепло успевает проникать сквозь образующийся плазменный слой в область, где плотность вещества порядка плотности твердого тела  $\rho$ , то скорость реактивной

струи определяется соотношением  $\rho v^3 \cong Q/t$ , т. е.  $v$  будет порядка  $(Q/t\rho)^{1/3}$ , где  $t$  — длительность процесса энерговыделения. Если выбрать  $t=l/v$ , то  $v=(Q/\rho l)^{1/2}=3 \times 10^6$  см/с. Искомая же скорость фольги  $v_1$  связана со скоростью струи  $v$  формулой Циолковского

$$v_1/v = \ln(m_0/m),$$

где  $m_0$  — начальная и  $m$  — конечная массы ускоренной (неиспарившейся) части фольги.

На опыте  $v_1 \approx 10^6$  см/с.

2.4. Оценить скорость  $v$ , до которой нужно разогнать твердый водород, чтобы при безударной сферической изэнтропической имплозии сжать его в  $10^3$  раз.

Насколько сожмется разогнанный до такой скорости водород при ударном сжатии?

### Решение

Согласно решению задачи 2.2 при  $\gamma=5/3$  (идеальный вырожденный электронный газ) для степени сжатия по радиусу, равной 10, должно быть  $t=0,01t_0$ . При этом  $v=dr/dt=10(dr/dt)_{t=t_0}$ . Считая приближенно скорость

при  $t=t_0$  равной скорости звука в жидком водороде 1,1—1,3 км/с, получаем  $v \cong 10^6$  см/с.

При сжатии в плоской ударной волне возрастание плотности было бы равно предельному значению, именно 4 (при  $\gamma=5/3$ ).

2.5. Насколько тормозится струя водородной плазмы  $v=100$  м/с,  $T=30 \cdot 10^3$  К, проходящая между наконечниками магнита с полем напряженностью 1 кГс?

### Решение

Если обеспечено замыкание тока, наводимого э. д. с. индукции в плазме, то длина торможения

$$L \cong v 4\pi r c^2 / \sigma H^2$$

будет порядка 1 м. Для этого нужно, чтобы электродная система пропускала ток плотностью  $\sim 1 \text{ А/см}^2$  (при диаметре струи плазмы  $\sim 1 \text{ см}$ ), а приэлектродные падения напряжения не превышали  $10^{-2} \text{ В}$ .

Если эти условия выполнены, то скорость струи уменьшится на величину

$$\Delta v = vl/L,$$

где  $l$  — расстояние, которое плазма проходит в магнитном поле (предполагаем, что  $l \ll L$ ).

2.6. Свернется ли в спираль струйка ртути диаметром 5 мм, длиной 5 см в продольном магнитном поле напряженностью 300 Гс, если по струйке пропустить ток 400 А [3]?

То же для плазменного шнура (в водороде) диаметром 40 см в токамаке Т-10 (большой радиус 1,5 м, продольное магнитное поле 50 кГс, ток 800 кА).

### Решение

Пусть струйка с током  $I$  (рис. 2.3,а), извиваясь, принимает вид спирали, навитой на цилиндр, коаксиальный идеально проводящему кожуху (рис. 2.3,б). Если в зазоре между спиралью и кожухом азимутальный поток (силовые линии которого один раз охватывают струйку)

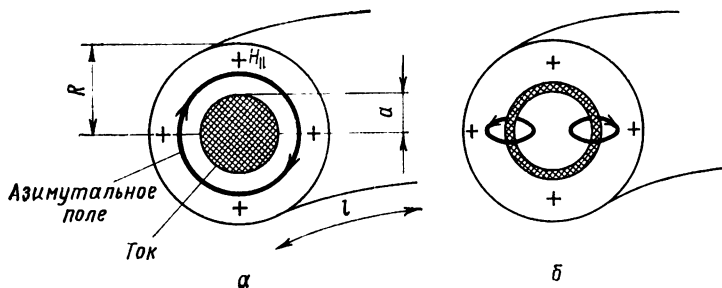


Рис. 2.3

компенсирует исходный аксиальный поток продольного поля, то поле в зазоре исчезает, и магнитное давление, распирающее спираль изнутри, сможет расширить ее по радиусу, уменьшив магнитную энергию системы. Таким образом, струйка свернется в спираль, если

$$\frac{2}{c} Il \ln \frac{R}{a} \cong H_{\parallel} S,$$

где  $l$  — длина;  $R$  и  $a$  — радиусы кожуха и струйки;  $S$  — площадь, занятая продольным полем  $H_{\parallel}$ .

Это условие близко к вытекающему из линейной теории условию Крускала—Шафранова [5], согласно которому винтовая неустойчивость возникает при

$$H_{\perp} / H_{\parallel} > 2\pi a / l,$$

или (так как  $H_{\perp} = 2I / ca$ ) при

$$\frac{1}{c} Il > H_{\parallel} \pi a^2.$$

Струйка ртути и плазменный шнур свернутся в спираль.

**2.7.** Возникнут ли «перетяжки» в струйке ртути диаметром 5 мм в продольном магнитном поле напряженностью 300 Гс, если по струйке пропустить ток 400 А [3]?

То же в плазменном шнуре (в водороде) диаметром 40 см, при продольном магнитном поле напряженностью 50 кГс и токе 800 кА.

## Решение

Пусть на жидком проводнике, окруженном идеально проводящим цилиндром радиусом  $R$ , образовались утолщения и перетяжки длиной  $L$ , радиусами  $r_1, r_2$  (рис. 2.4). Тогда, считая  $H \cong 2I / cr$ , найдем азимутальный магнит-



ный поток

$$\Phi \cong \frac{2}{c} IL \left( \ln \frac{R}{r_1} + \ln \frac{R}{r_2} \right)$$

и энергию магнитного поля

$$\frac{1}{8\pi} \sum \int H^2 L 2\pi r dr \cong \frac{I^2 L}{c^2} \ln \frac{R^2}{r_1 r_2} \cong \frac{\Phi^2}{4L} \frac{1}{\ln \frac{R^2}{r_1 r_2}}.$$

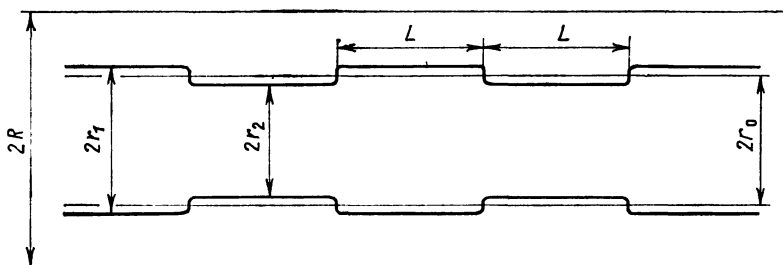


Рис. 2.4

Для несжимаемой жидкости

$$r_1 = r_0(1+x), \quad r_2 = r_0(1-y), \quad y \cong x + x^2 + \dots, \quad \ln \frac{R^2}{r_1 r_2} \cong \\ \cong \ln \frac{R^2}{r_0^2} + x^2 \dots,$$

и при заданном потоке  $\Phi$  энергия возмущенного состояния (с перетяжками) меньше энергии исходного состояния.

Энергия продольной компоненты магнитного поля  $H_{\parallel} = \Phi_{\parallel} / \pi r^2$  (где  $\Phi_{\parallel}$  — поток вмороженного поля) для воз-

мушенной системы с перетяжками равна

$$\frac{1}{8\pi} (H_{\parallel, 1}^2 L\pi r_1^2 + H_{\parallel, 2}^2 L\pi r_2^2) \cong \frac{\Phi^2}{8\pi} \frac{L}{\pi} \left( \frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{r_2^2} \right) \cong \\ \cong \frac{\Phi^2 L}{8\pi^2 r_0^2} \frac{2r_0^2}{r_1^2 r_2^2} \cong \frac{\Phi^2}{8\pi^2 r_0^2} 2L(1 + 2x^2).$$

Таким образом, полное изменение энергии

$$x^2 \{ -2\pi L r_0^2 H_{\perp}^2 + H_{\parallel}^2 2L 2\pi r_0^2 \}$$

будет положительным и, следовательно, шнур будет устойчив относительно образования перетяжек при

$$2H_{\parallel}^2 > H_{\perp}^2.$$

В струйке ртути и плазменном шнуре перетяжки не возникнут.

2.8. Как изменится положение тороидального плазменного шнура при пропускании через него «вертикального» тока  $I_{\perp}$ ?

### Решение

Равновесное положение центра плазменного шнура в токамаке (рис. 2.5) определяется равенством

$$F_1 + F_2 + F_3 = 0,$$

где  $F_1 = \frac{\partial}{\partial R} LI^2/2$  — сила взаимодействия токов в шнуре между собой и с кожухом:  $L = (4\pi/c^2) R [\ln(R/a) - R\xi/4a(b-a)]$  (для случая  $b - a \ll b$ ) [5] — индуктивность шнура в кожухе;  $F_2 = (2\pi R/c) I B_{\perp}$  — сила взаимодействия тока шнура со специально вводимым (для регулировки положения шнура) вертикальным полем;  $F_3 = (\pi a/2c) I_{\perp} B$  — сила вза-

имодействия вертикального тока, пропускаемого через диафрагму и шнур, с тороидальным полем.

Таким образом, искомое смещение

$$\xi = \xi_0 - \frac{a(b-a)}{4R} c \frac{BI_{\perp}}{I^2},$$

находится в согласии с опытами В. С. Муховатова, в которых получено

$$\xi = -1 - 0,9 \cdot 10^6 I_{\perp} / I^2.$$

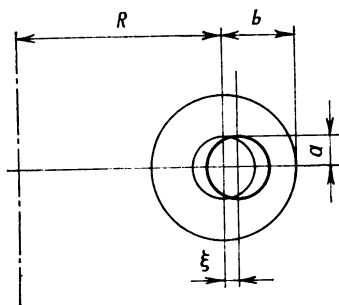


Рис. 2.5

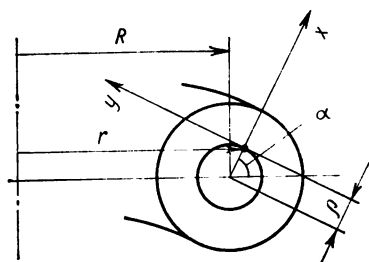


Рис. 2.6

Здесь  $\xi$  измеряется в см;  $I_{\perp}$ ,  $I$  — в А;  $B = 9,4$  кГс;  $b = 15$  см;  $a = 8$  см;  $2R = 125$  см.

2.9. Оценить скорость конвекции плазмы в тороидальном шнуре и скорость «диффузии» плазмы (Пфирш, Шлютер, см. [6]).

### Решение

На данной магнитной поверхности  $r = R + \rho \cos \alpha$  (рис. 2.6) в токамаке магнитные поля и токи меняются так, чтобы обеспечивалось постоянство магнитных потоков и тока между двумя соседними магнитными по-

верхностями:

$$B_z = B_{z0}R/r, \quad B_y = B_{y0}R/r, \quad j_y = j_{y0}R/r$$

(величины с индексом «0» постоянны на данной магнитной поверхности).

Из уравнения магнитогидродинамического равновесия имеем

$$\frac{dp}{d\rho} = \frac{1}{c} (j_z B_y - j_y B_z).$$

Подставляя сюда выражения для  $j_y$ ,  $B_y$ ,  $B_z$ , получаем

$$j_z = \frac{1}{B_{y0}} \frac{dp}{d\rho} \frac{r}{R} + \frac{B_{z0}}{B_{y0}} j_{y0} \frac{R}{r}.$$

Тогда из закона Ома

$$j_y = \sigma(E_y - v_x B_z/c), \quad j_z = \sigma(E_z + v_x B_y/c)$$

находим  $E_y$  и  $v_x$ :

$$E_y = j_y/\sigma + (B_z/B_y)(j_z/\sigma - E_z),$$

$$v_x/c = (E_y - j_y/\sigma)B_z.$$

Подставляя сюда выражения для  $j_y$ ,  $j_z$ ,  $B_y$ ,  $B_z$ , а также  $E_z = E_{z0}R/r$  и учитывая, что среднее по  $\alpha$  значение  $\langle E_y \rangle$  должно исчезать, находим

$$\frac{j_{y0}}{\sigma} + \frac{B_{z0}}{B_{y0}} \left( \frac{1}{\sigma B_{y0}} \frac{dp}{d\rho} + \frac{B_{z0}}{\sigma B_{y0}} j_{y0} - E_{z0} \right) = 0,$$

$$E_y = c \frac{2B_{z0}}{\sigma B_{y0}^2} \frac{dp}{d\rho} \frac{\rho}{R} \cos \alpha.$$

Скорость «диффузии» плазмы  $v$  равна

$$v = \left\langle v_x \frac{r}{R} \right\rangle.$$

Подставляя в это выражение  $v_x$ , получаем

$$v = \frac{2}{\sigma B_{y0}^2} \frac{dp}{d\rho} \frac{\rho^2}{R^2} + \frac{1}{\sigma B_{z0}^2} \left( \frac{dp}{d\rho} - \frac{j_{z0} B_{y0}}{c} \right) \quad (2.7)$$

Скорость конвекции плазмы в условиях, когда диффузия плазмы в тороиде значительно больше диффузии в цилиндре [т. е. первое слагаемое в (2.7) много больше второго], равна  $cE_y/B_z$ .

**2.10.** Найти длительность сжатия столба водородной плазмы ( $z$ -пинч) с начальным давлением  $10^{-3}$  мм рт. ст. в вакуумной камере длиной  $l=1$  м и радиусом  $a=10$  см при разряде батареи конденсаторов напряжением  $V_0=100$  кВ, емкостью 20 мкФ. Индуктивность подводящих проводов  $L_0=0,1$  мГн. Оценить температуру плазмы в момент сжатия [7].

### Решение

Для нахождения длительности сжатия воспользуемся моделью «снежного плуга» [7], в которой предполагается, что в процессе сжатия вся масса внешней части плазменного шнура (от начального радиуса  $a$  до текущего значения радиуса токовой оболочки  $r$ ) собирается в тонкую оболочку. Пусть ток растет линейно по времени; скорость нарастания тока оценивается по формуле

$$(dI/dt)_0 = V_0 / (L_0 + L) = 3 \cdot 10^{11} \text{ А/с},$$

где  $L = 2l \ln(b/a) = 0,1$  мкГн.

Тогда уравнение движения плазмы

$$\frac{d}{dt} \left( m'(r) \frac{dr}{dt} \right) = - \frac{H^2}{8\pi} 2\pi r,$$

где

$$H = \frac{4\pi}{c} t \left( \frac{dI}{dt} \right)_0 \frac{1}{2\pi r},$$

принимает вид

$$\frac{d}{d\tau} (1 - \xi^2) \frac{d\xi}{d\tau} = \frac{\tau^2}{\xi},$$

( $\xi=1$  и  $d\xi/d\tau=0$  при  $\tau=0$ ). Здесь  $\xi=r/a$ ,  $\tau=t/t_1$ ,

$$t_1 = \sqrt{caM^{1/2}/(dI/dt)},$$

— характерное время сжатия,  $M=\pi a^2\rho_0$  — масса газа на 1 см длины. Согласно [7],  $\xi=0$  при  $\tau=1,5$ , так что длительность первого сжатия равна  $t_2=1,5 t_1=4$  мкс. Можно ожидать, что из-за нагрева в ударной волне температура в момент сжатия будет порядка энергии направленного движения одной частицы  $T_1 \approx 100$  эВ.

2.11. Оценить температуру и плотность плазмы, устанавливающиеся в  $\theta$ -пинче.

Как возникает «замкнутая конфигурация» магнитного поля?

### Решение

При нарастании во времени магнитного поля по плазме в радиальном направлении, от катушек к оси, идет ударная волна, сжимающая и нагревающая плазму; после одного или нескольких отражений (от оси и периферии сжимающейся плазмы) ударная волна затухает и начинается стадия адиабатического сжатия плазмы. Таким образом, температуру и плотность плазмы в  $\theta$ -пинче нужно оценивать по ударному нагреву и нагреву

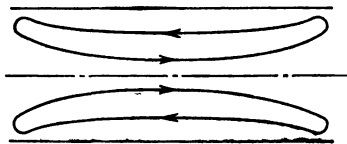


Рис. 2.7

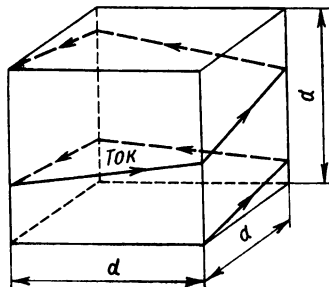


Рис. 2.8

при последующем адиабатическом сжатии; плотность же можно найти, исходя из равенства газодинамического давления в плазменной сгустке и магнитного давления поля катушек (если поле не проникает в плазму).

Конфигурация с замкнутыми силовыми линиями (рис. 2.7) возникает, если полярность сжимающего поля противоположна полярности поля, первоначально существовавшего в плазме; в области, разделяющей силовые линии противоположного направления, возникает электрический ток, плотность которого уменьшается у концов катушки; появление этого тока и приводит к «перезамыканию» силовых линий.

2.12. Оценить скорость  $v$ , необходимую для генерации крупномасштабного магнитного поля в движущейся плазме, и характерное время  $\gamma^{-1}$  нарастания напряженности поля на Солнце (см. обзор литературы, например, в [8]).

### Решение

Если в распределении проводимости движущейся среды в пространстве имеются элементы винтовой симметрии, то ток  $I$  (наводимый при скрещенных магнитном поле  $H$  и скорости  $v$ ), протекая по петле повышенной проводимости (рис. 2.8), может усиливать магнитное поле. Ток в электротехническом уравнении винтового элемента, взятого в виде кубика со стороной  $d$ ,

$$\frac{L}{c^2} \frac{dI}{dt} + RI = U$$

[где индуктивность одновитковой катушки  $L \approx d$ , сопротивление витка  $R \approx 1/d\sigma$ , наведенная э. д. с.  $U \approx (v/c)Hd \approx (4\pi v/c^2)I$ ] будет меняться по закону

$$I \sim \exp(\gamma t),$$

где

$$\gamma = \frac{c^2}{\sigma d^2} \left( \frac{4\pi\sigma v d}{c^2} - 1 \right).$$

Для генерации магнитного поля необходимо, чтобы выполнялось условие  $\gamma > 0$ , т. е.

$$v > c^2 / 4\pi\sigma d.$$

Для солнечных хромосферных вспышек  $d \approx 10^9$  см,  $v \approx 10^8$  см/с,  $4\pi\sigma v d / c^2 \gg 1$  и  $\gamma^{-1} \approx d / 4\pi v \approx 1$  с.

2.13. Оценить размер полости за спутником, движущимся со скоростью  $v$  в плазме [9].

### Решение

Фронт плазмы, заполняющей полость, «выметаемую» спутником, движется со скоростью ионного звука  $c_s$ ; поэтому угол  $\theta$  при вершине конической полости (рис. 2.9) примерно равен  $c_s/v$  ( $\ll 1$ ).

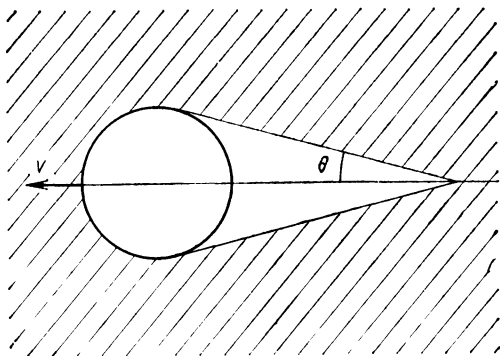


Рис. 2.9



## Список литературы

1. Станюкович К. П. Неустановившиеся движения сплошной среды. М., Наука, 1971.
2. Clark S. Laser pulse shapes for ignition of DT spheres. — Bull. Amer. Phys. Soc., 1972, v. 17, p. 1035.
3. Альфвен Х. Космическая электродинамика. Пер. с англ. М., Мир, 1970.
4. Арцимович Л. А. Управляемые термоядерные реакции. М., Физматгиз, 1961.
5. Шафранов В. Д. Равновесие плазмы в магнитном поле. — В кн.: Вопросы теории плазмы. Вып. 2. Под ред. М. А. Леонтовича. М., Госатомиздат, 1963, с. 92.
6. Кадомцев Б. Б., Шафранов В. Д. — Докл. АН СССР, 1966, т. 167, с. 65.
7. Леонтович М. А., Осовец С. М. — Атомная энергия, 1956, т. 3, с. 8.
8. Вайнштейн С. И. Перестройка магнитного поля плазменными механизмами. — Успехи физ. наук, 1976, т. 120, с. 613.
9. Анисимов С. И., Медведев Ю. В., Питаевский Л. П. Неустойчивость и турбулентность плазмы в следе за быстро движущимся телом. — Докл. АН СССР, 1979, т. 241, с. 563.

## ГЛАВА 3

### ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК В ПРОВОДЯЩИХ СРЕДАХ

Электрическое поле в плазме тесно связано с градиентами электронной температуры. В разреженной бесстолкновительной плазме скачки потенциала, возникающие на границах плазмы (с вакуумом, твердым телом, другой плазмой), по порядку величины равны электронной температуре. В плотной плазме, где длина свободного пробега мала, в законе Ома нужно учитывать наряду с электрическим полем термо-э. д. с.  $\alpha \nabla T$  [1]:

$$\mathbf{j} = \sigma(\mathbf{E} - \alpha \nabla T).$$

Плазма, являющаяся нелинейной проводящей ток средой, часто концентрирует ток: вместо однородного протекания электрического тока возникает его «контрак-

ция» до некоторого значения, превышающего среднее по пространству, тогда как в остальной части плазмы ток почти не идет. Контракция тока может быть обусловлена различными физическими причинами, но она всегда связана с возможностью пропустить через плазму больший ток, чем при однородном протекании.

### Задачи

3.1. Оценить величину магнитного поля, возникающего при облучении поверхности фольги (толщиной  $l$ ) сфокусированным лазерным импульсом (с энергией  $Q$  и длительностью  $t$ ) вследствие нагрева «плаз-

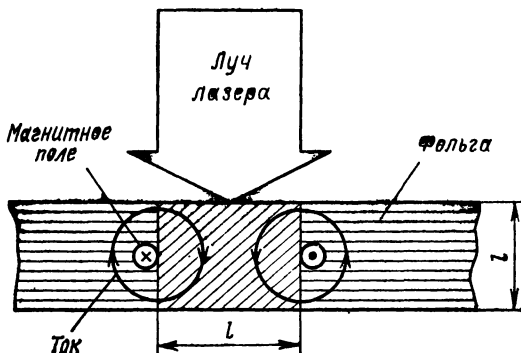


Рис. 3.1

менной терморпары» (рис. 3.1) и протекания тока. Для простоты следует считать, что диаметр светового пятна порядка толщины фольги.

### Решение

Если длительность лазерного импульса много меньше времени разлета фольги, можно считать вещество

покоящимся. При нагреве электронов плазмы до температуры  $T_e \approx Q/n_e l^3$  возникает электрическое поле, перпендикулярное плоскости фольги,  $E_0 \approx T_e / el$ , вызывающее до истечения «скинового времени»

$$t_1 = 4\pi l^2 \sigma / c^2$$

рост напряженности магнитного поля

$$H \approx (t/t_1)^{1/2} H_0,$$

где

$$H_0 \approx \frac{\sigma E_0 \pi l}{c} \approx \frac{4\pi \sigma T_e}{ce}.$$

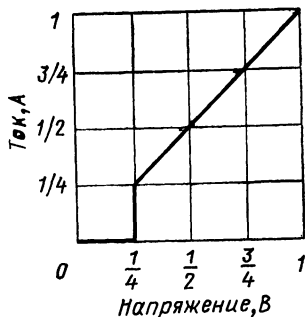


Рис. 3.2

3.2. Найти распределение токов в сетке проводников, если вольт-амперная характеристика (ВАХ) отдельного проводника сетки имеет вид, изображенный на рис. 3.2, для случая, когда электроды расположены, как на рис. 3.3, а и б. Полный ток равен 1 А.

### Решение

Распределение токов показано на рис. 3.3. Число около каждого проводника дает долю полного тока, идущего через этот проводник. Видна «струя тока», контрагировавшего в среде с нелинейным электрическим сопротивлением.

3.3. Оценить нормальную плотность тока в тлеющем разряде [2].

### Решение

В тлеющем разряде вблизи катода образуется тонкий слой, в котором электроны, вылетающие из катода под действием вторичной эмиссии при бомбардировке

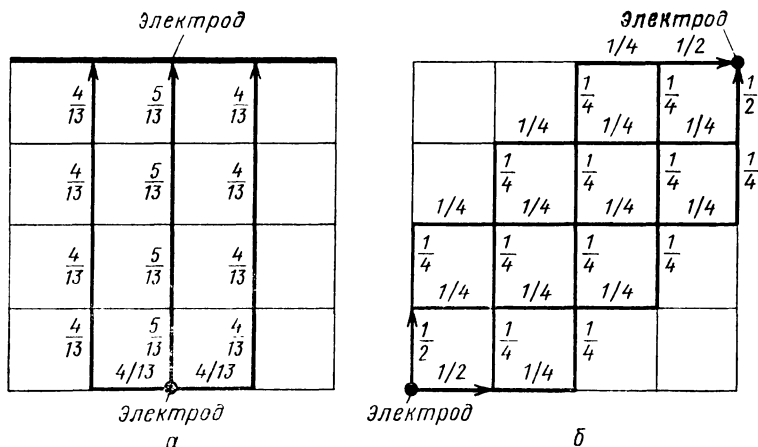


Рис. 3.3

ионами, дают лавину. Катодное падение напряжения на слое  $V$  и его толщина  $d$  связаны законом Пашена (см. задачу 11.9 и Приложения 16, 17 и 25):

$$V = \frac{Bpd}{\ln[Apd/\ln(1/\gamma)]}. \quad (3.1)$$

Электрический ток в области катодного падения переносится в основном ионами, которые создают пространственный заряд  $\rho = j/\mu E$ :

$$4\pi\rho = V/d^2 \cong 4\pi jpd / (cV), \quad (3.2)$$

где  $\mu = c/\rho$  — подвижность ионов,  $E = V/d$  — напряженность электрического поля.

Из (3.1) и (3.2) получаем ВАХ катодного падения (см. Приложение 14). Минимум кривой  $V(j)$  соответствует так называемой нормальной плотности тока  $j_H$  и нормальному падению напряжения  $V_H$ . При  $j < j_H$  может гореть поднормальный разряд, при  $j > j_H$  — аномальный

разряд. Если произведение  $j_H$  на площадь катода превышает полный ток  $I$ , то с ростом  $I$  увеличивается часть площади катода, занятая током, а плотность тока сохраняется равной  $j_H$  (закон нормальной плотности тока).

3.4. Рассчитать ВАХ фарадеевского магнитогазодинамического (МГД) генератора [3].

### Решение

Для фарадеевского МГД-генератора с секционированными электродами (рис. 3.4) в обобщенном законе Ома

$$\left. \begin{aligned} j_x - \beta j_y &= \sigma E_x, \\ j_y + \beta j_x &= \sigma (E_y - vB/c) \end{aligned} \right\} \quad (3.3)$$

(где  $\beta = \Omega_e \tau$  — параметр Холла;  $\Omega_e$  — электронная циклотронная частота;  $1/\tau$  — частота столкновений электронов) можно считать  $j_x = 0$ . Следовательно, ВАХ имеет вид

$$j_y = \sigma (E_y - vB/c).$$

Учитывая, что ток, протекающий последовательно через МГД-генератор и нагрузку, связан с электрическим полем МГД-генератора соотношением

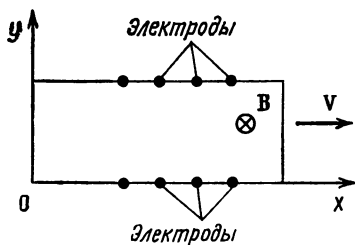


Рис. 3.4

$$j_y = -\sigma^* E_y \quad (3.4)$$

(где  $\sigma^*$  — эквивалентная проводимость нагрузки, т. е. величина, обратная сопротивлению нагрузки, деленная на площадь электрода), получаем из (3.3), (3.4) плот-

ность тока  $j_y$ , поле тока  $E_y$  и холловское поле  $E_x$ :

$$j_y = \frac{\sigma \frac{v}{c} B}{1 + \sigma/\sigma^*},$$

$$E_y = -j_y/\sigma^*,$$

$$E_x = \beta \frac{\sigma^*}{\sigma} E_y.$$

Электрическая мощность, выделяемая МГД-генератором в нагрузке, равна

$$\frac{j_y^2}{\sigma^*} = \frac{\sigma/\sigma^*}{(1 + \sigma/\sigma^*)^2} \frac{\sigma v^2 B^2}{c^2}$$

и максимальна при  $\sigma/\sigma^* = 1$ .

**3.5.** Рассчитать ВАХ холловского МГД-генератора.

### Решение

В холловском МГД-генераторе с помощью короткого замыкания противоположных секционированных электродов (см. рис. 3.4) устраняется поле  $E_y$ . Электрический ток в этом генераторе замыкается через нагрузку, соединенную с первой и последней парами замкнутых электродов. Из (3.3) найдем ВАХ холловского МГД-генератора

$$j_x = \frac{\sigma}{1 + \beta^2} E_x + \frac{\sigma \beta}{1 + \beta^2} \frac{v}{c} B.$$

Холловский МГД-генератор развивает напряжение холостого хода большее, чем фарадеевский, если холловский параметр плазмы  $\beta > 1$  либо длина генератора больше межэлектродного расстояния.

**3.6.** Рассчитать ВАХ диагонального МГД-генератора.

## Решение

Для диагонального МГД-генератора, в котором закорочены пары сдвинутых друг относительно друга электродов (рис. 3.5), справедливо соотношение

$$E_y = \varphi E_x, \quad \varphi = \operatorname{tg} \theta,$$

а плотность тока равна

$$j = j_x + \varphi j_y$$

(ток снимается с первой и последней пар замкнутых электродов). ВАХ имеет вид

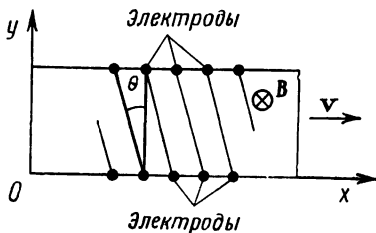


Рис. 3.5

$$-E_x = \frac{(|\beta| + \varphi) v B / c - (1 + \beta^2) j / \sigma}{1 + \varphi^2}.$$

3.7. Оценить характерное время  $\Gamma^{-1}$  нарастания тока в фарадеевском МГД-генераторе с самовозбуждением.

## Решение

В МГД-генераторе с самовозбуждением часть энергии, поступающей в нагрузку, используется для увеличения магнитного поля катушек самого МГД-генератора. Постоянную времени нарастания  $\Gamma$  тока  $I$  в генераторе ( $I \propto \exp \Gamma t$ ) найдем из электротехнического уравнения МГД-генератора

$$\frac{1}{c^2} L \frac{dI}{dt} + (R_n + R_p) I = \frac{v}{c} B d, \quad (3.5)$$

где

$$B = a I; \quad (3.6)$$

$L$  — индуктивность катушек;  $c$  — скорость света;  $R_n$  и  $R_p$  — сопротивления нагрузки и плазмы;  $v$  — скорость плазмы;  $d$  — межэлектродное расстояние;  $a$  — коэффициент пропорциональности между током катушек и со-

здаваемым ими магнитным полем в МГД-генераторе. Из (3.5), (3.6) получаем

$$\Gamma = cvda/L - c^2[R_H + R_{II}]/L.$$

3.8. Найти эффективное сопротивление  $\rho_{\text{эф}}$  слоистой плазмы в магнитном поле.

### Решение

Исходя из обобщенного закона Ома

$$j_x + \beta j_y = \sigma E_x, \quad (3.7)$$

$$j_y - \beta j_x = \sigma E_y \quad (3.8)$$

и считая для простоты, что во всех слоях  $\beta = \text{const}$ , для случая, когда средний ток перпендикулярен слоям

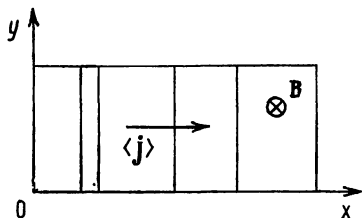


Рис. 3.6

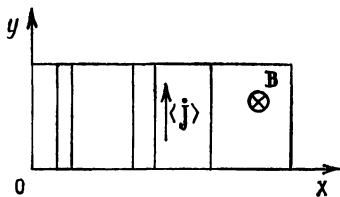


Рис. 3.7

(рис. 3.6), усредняя (3.8) по различным слоям и используя условия  $\langle j_y \rangle = 0$ ,  $j_x = \text{const}$ ,  $E_y = \text{const}$ , получаем

$$-\beta j_x = \langle \sigma \rangle E_y. \quad (3.9)$$

Умножая (3.7) на  $\rho = 1/\sigma$  и снова усредняя, получаем

$$j_x \langle \rho \rangle + \beta \langle j_x \rho \rangle = \langle E_x \rangle. \quad (3.10)$$

Подставляя из (3.8) величину

$$\langle j_y \rho \rangle = \beta j_x \langle \rho \rangle + E_y$$



в (3.10), находим

$$\langle L_x \rangle = \rho_{\text{эф}} j_x, \quad (3.11)$$

где

$$\rho_{\text{эф}} = \langle \rho \rangle \left( 1 + \beta^2 \left( 1 - \frac{1}{\langle \sigma \rangle \langle \rho \rangle} \right) \right). \quad (3.12)$$

Когда ток параллелен слоям (рис. 3.7),

$$E_y = \frac{1}{\langle \sigma \rangle} \langle j_y \rangle, \quad (3.13)$$

так что

$$\rho'_{\text{эф}} = \frac{1}{\langle \sigma \rangle}.$$

**3.9. Найти эффективную постоянную Холла  $\beta_{\text{эф}}$  в слоистой плазме.**

### Решение

Из (3.7), (3.8) для тока, направленного перпендикулярно слоям, получаем эффективную постоянную Холла

$$\beta_{\text{эф}} = \frac{E_y}{\langle E_x \rangle} = \frac{1}{\langle \sigma \rangle \langle \rho \rangle} \frac{\beta}{1 + \beta^2 \left( 1 - \frac{1}{\langle \sigma \rangle \langle \rho \rangle} \right)}.$$

Для тока, параллельного слоям,  $\langle E_x \rangle = \beta j_y \langle \rho \rangle$ , и тогда

$$\beta'_{\text{эф}} = \langle E_x \rangle / E_y = \beta \langle \rho \rangle \langle \sigma \rangle.$$

### Список литературы

1. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. М., Физматгиз, 1957.
2. Браун С. Элементарные процессы в плазме газового разряда. Пер. с англ. М., Госатомиздат, 1961.
3. Саттон Дж., Шерман А. Основы технической магнитной газодинамики. Пер. с англ. Под ред. Е. И. Янговского. М., Мир, 1968.

**ЯВЛЕНИЯ ПЕРЕНОСА И ИЗЛУЧЕНИЯ В ПЛАЗМЕ**

Значения кинетических коэффициентов для плазмы приведены в работе [5]. Для грубых оценок можно пользоваться значениями

проводимости (водородная плазма)

$$\sigma \approx (18/\Lambda) 10^{13} T^{3/2} \quad (4.1)$$

( $\sigma$  измеряется в  $\text{с}^{-1}$ ,  $T$  — в эВ), где кулоновский логарифм

$$\Lambda = 23,4 - 1,15 \lg n - 3,451 \lg T_e, \quad T_e < 50,$$

$$\Lambda = 25,3 - 1,15 \lg n + 2,3 \lg T_e, \quad T_e > 50$$

( $n$  измеряется в  $\text{см}^{-3}$ ,  $T_e$  — в эВ);  
электронной теплопроводности

$$k = 3,2nT/mv, \quad v = 0,3\Lambda 10^{-5}n/T^{3/2} \quad (4.2)$$

( $v$  измеряется в  $\text{с}^{-1}$ ,  $n$  — в  $\text{см}^{-3}$ ,  $T$  — в эВ);  
ионной вязкости

$$\eta = 0,96(nT/v_i),$$

где

$$v_i = 0,47(\Lambda/10) \cdot 10^{-6}n/T_i^{3/2}$$

( $v_i$  измеряется в  $\text{с}^{-1}$ ,  $n$  — в  $\text{см}^{-3}$ ,  $T_i$  — в эВ);  
термо-э. д. с.

$$\alpha = -0,7/e.$$

Коэффициент «свободно-свободного» поглощения, входящий в закон Бэра для волны частоты  $\omega$  в плазме  $E = E_0 \exp(-kx)$ , есть

$$k = (\omega/c) \operatorname{Im} \sqrt{\epsilon}, \quad (4.3)$$

где  $\epsilon = 1 - \omega_p^2 / (\omega^2 + i\nu\omega)$  — диэлектрическая восприимчивость плазмы;  $\omega_p$  — ленгмюровская частота;  $\nu$  — частота столкновений. В состоянии термодинамического равновесия тормозное излучение электронов при столкновениях с ионами должно компенсировать поглощение теплового излучения в процессах свободно-свободных переходов электрона в поле ионов, т. е. в процессах столкновений:

$$W = 2\gamma\sigma T^4 / c, \quad (4.4)$$

где  $W$  — плотность мощности тормозного излучения;  $\sigma T^4 / c$  — плотность энергии теплового излучения;  $\gamma = = ck$  — декремент затухания поля «теплового» фотона. Подставляя  $k$  из (4.3) (в предельном случае  $\omega \gg \nu$   $k = = \omega^2 \nu / 2\omega^2 c$ ), получаем (полагаем  $\omega = T/\hbar$ ; точное значение числового коэффициента приведено, например, в [1])

$$W_{\text{торм}} = 1,5 \cdot 10^{-25} z^2 n_i n_e T^{1/2} \quad (4.5)$$

( $W$  измеряется в эрг/(см<sup>3</sup>·с),  $n_i, n_e$  — в см<sup>-3</sup>,  $T$  — в эВ). Плотность мощности магнитотормозного излучения нерелятивистских электронов

$$W_{\text{мт}} = n_e \frac{2}{3} \frac{e^2}{c^3} \omega_H^2 \langle V_{\perp}^2 \rangle,$$

где  $n$  — плотность электронов,  $\omega_H = eH/mc$ ,  $\langle V_{\perp}^2 \rangle = = T/m$ .

## Задачи

**4.1.** Оценить степень ионизации стекла, изохорически нагретого до температуры 0,5 кэВ.

Какова его электронная и лучистая теплопроводность? Электропроводность? Чему равно давление? Эффективный показатель адиабаты?

## Решение

Потенциалы многократной ионизации O и Si (в кэВ) приведены в табл. 4.1 (см. также Приложение 3).

Таблица 4.1

| Номер ионизации | 8    | 9    | 10   | 11   | 12   | 13   | 14   |
|-----------------|------|------|------|------|------|------|------|
| O               | 0,87 |      |      |      |      |      |      |
| Si              | 0,30 | 0,35 | 0,40 | 0,48 | ~0,6 | ~3,3 | 3,48 |

Если считать, что в плазме Si присутствуют только ионы  $Si^{12+}$  и  $Si^{13+}$  (кислород при  $T=0,5$  кэВ ионизован полностью), то долю  $x=n^{13+}/n$  ионов  $Si^{13+}$  (где  $n=3 \times 10^{22}$  см<sup>-3</sup> — плотность Si в стекле) можно найти из уравнения Саха (статистические веса ионов  $g_{12+}=1$ ,  $g_{13+}=2$ ):

$$n^{13+}n_e/n^{12+}=(4/\lambda^3) \exp(-I_{13}/T),$$

где  $n^{12+}$ ,  $n^{13+}$  — плотности ионов  $Si^{12+}$  и  $Si^{13+}$ ;  $n_e$  — плотность электронов;  $\lambda = \sqrt{2\pi\hbar^2/mT}$ , или

$$\frac{x}{1-x}(13x + 12(1-x)) = \frac{2}{n\lambda^3} \exp(-I_{13}/T).$$

При  $T=0,5$  кэВ

$$4/n\lambda^3=4,4 \cdot 10^3, \exp(-I_{13}/T)=1,4 \cdot 10^3, x \cong 0,4.$$

Длина свободного пробега электронов до столкновения с ионом Si равна

$$l_c \cong \frac{v_e}{\nu_{ei}} \approx 10^{-6} \text{ см,}$$

электронная теплопроводность

$$^{1/3} l_c v_e \approx 10^3 \text{ см}^2/\text{с.}$$

Коэффициент свободно-свободного поглощения

$$\kappa = \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \frac{\nu_e}{2c},$$

где  $\omega_p = 3 \cdot 10^{16} \text{ с}^{-1}$ , для кванта с  $\omega = T/\hbar = 0,8 \cdot 10^{18} \text{ с}^{-1}$  равен  $\kappa = 80 \text{ см}^{-1}$ , длина свободного пробега  $l = 1/\kappa \approx \approx 10^{-2} \text{ см}$  и лучистая теплопроводность

$$^{1/3} l c \approx 10^8 \text{ см}^2/\text{с.}$$

Чтобы оценить соотношение между электронной и лучистой теплопроводностью, нужно найти энергию плазмы и теплового излучения. Отношение плотности энергии теплового излучения

$$U = 4\sigma T^4/c = 0,5 \cdot 10^{22} \text{ кэВ/см}^3$$

к плотности энергии плазмы [1]

$$\begin{aligned} \epsilon = & \frac{3}{2} n T (1 + 13x + 12(1-x)) + n \left( \sum_{m=1}^{12} I_m + x I_{13} \right) + \\ & + \frac{3}{2} n_0 T (1 + 8) + n_0 \left( \sum_{m=1}^8 I_{0m} \right) \cong 7 \cdot 10^{23} \text{ кэВ/см}^3, \end{aligned}$$

где  $n_0$  — плотность атомов кислорода в стекле, равно

$$U/\epsilon = 1,3\%$$

так что лучистая теплопроводность больше электронной на три порядка.

Давление \*

---

\* Пример уравнения состояния при больших значениях давления и температуры приведен в Приложении 2.

$$p = nT(1 + 13x + 12(1-x)) + n_0T(1+8) = 3,5 \cdot 10^{23} \text{ кэВ/см}^3,$$

эффeктивный показатель адиабаты

$$\gamma = 1 + p/\epsilon = 1,5.$$

4.2. Найти росселандов пробег в водороде, аргоне, воздухе при температурах 0,1; 1; 10; 100 эВ; 1; 10; 100 кэВ\*.

### Решение

Средний росселандов пробег  $l$  для воздуха приведен в Приложении 5 [2]. Согласно [1, с. 240],

$$l = 4,4 \cdot 10^{22} T^{7/2} / nZ^3$$

( $l$  измеряется в см,  $T$  — в К,  $n$  — в см<sup>-3</sup>). Близок к этой величине обратный коэффициент свободно-свободного поглощения для кванта с  $\omega = T/\hbar$

$$1/\kappa = 1,7 \cdot 10^{22} T^{7/2} / nZ^3$$

( $\kappa$  измеряется в см<sup>-1</sup>,  $T$  — в К,  $n$  — в см<sup>-3</sup>).

4.3. При каких условиях сжатие плазмы внешней оболочкой, прозрачной для тормозного излучения, будет адиабатическим?

### Решение

Чтобы сжатие было адиабатическим, нужно, чтобы работа сжатия газа оболочкой радиуса  $R$ , движущейся со скоростью  $v = dR/dt$ , намного превышала сумму потерь на тормозное излучение и теплопроводность:

$$4\pi R^2 n T v \gg W_{\text{торм}} \frac{4\pi}{3} R^3 + 4\pi R^2 k |\nabla T|.$$

Подставляя сюда  $W_{\text{торм}} = an^2 T^{1/2}$  из (4.5),  $k = bT^{5/2}$  из (4.2) и полагая  $|\nabla T| = T/R$ , минимизируем потери на

---

\* Коэффициенты ослабления  $\gamma$ -квантов в алюминии и свинце см. в Приложении 7.

единицу площади оболочки ( $W_{\text{торм}}R/3 + kT/R$ ) по  $\dot{R}$ . Потери минимальны, если в каждый момент времени при сжатии выполняется соотношение

$$R^2 = 3bT^3/an^2$$

или

$$N^2/R^4 = T^3(4\pi/3)3b/a,$$

где  $N = 4\pi R^3 n/3$  — полное число частиц внутри оболочки. Полагая

$$R = At^m,$$

где  $t$  — время до момента полного сжатия оболочки  $R \rightarrow 0$ , находим, что для выполнения условия адиабатичности показатель степени в законе сжатия должен удовлетворять условию  $m < 3/7$ , а начальный радиус  $R_0$  и время сжатия  $t_0$  должны удовлетворять неравенству

$$R_0^7 \gg Bt_0^3,$$

где, с точностью до числового коэффициента,  $B \approx a^{5/2}b^{1/2}N^2$ .

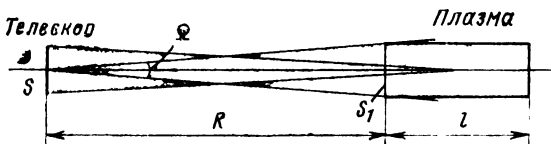


Рис. 4.1

**4.4.** Сцинтиллятор NaI площадью  $S = 55 \text{ см}^2$  с рентгеновским телескопом (телесный угол  $\Omega = 10^{-5} \text{ ср}$ ) принимает излучение из объема гелиевой плазмы с горячими электронами, находящейся в ловушке с магнитными пробками. Давление гелия  $p = 3 \cdot 10^{-5} \text{ мм рт. ст.}$ , длина плазменного сгустка  $l = 10 \text{ см}$ , площадь его поперечного сечения  $S_1 = 2 \text{ см}^2$ . Расстояние от телескопа до плазмы

равно  $R$  (рис. 4.1). Логарифм числа фотонов  $\lg N$ , в зависимости от энергии  $E$  (в МэВ), равен [3]

$$\lg N = \begin{cases} 2 + 10E, & E < 0,1; \\ 3 \left( 1 - \frac{E - 0,1}{0,3} \right), & 0,1 < E < 0,4. \end{cases}$$

Оценить температуру и плотность горячих электронов.

### Решение

Плотность и температура горячих электронов связаны с мощностью рентгеновского излучения плазмы. Число фотонов, излучаемых 1 см<sup>3</sup> плазмы горячих электронов плотностью  $n_h$  за 1 с при столкновениях с атомами или ионами с зарядом  $Z$  и плотностью  $N_0$ , в интервале энергии 1 кэВ, равно

$$\eta = 3,4 \cdot 10^{-15} Z^2 N_0 n_h T_h^{-1/2} \varepsilon^{-1} \exp(-\varepsilon/T_h)$$

( $N_0$ ,  $n_h$  измеряются в см<sup>-3</sup>;  $T$ ,  $\varepsilon$  — в кэВ). Из зависимости  $\eta(\varepsilon)$  находим  $T_h = 125$  кэВ. Число фотонов, попадающих в счетчик, на интервал энергии 1 кэВ, равно

$$N = \frac{S}{4\pi R^2} I S_1 \eta = S \Omega \eta.$$

При  $\varepsilon = T$ , например, получаем (полагая  $Z = 2$ ,  $N_0 = 10^{12}$  см<sup>-3</sup>)  $n_h = 10^{11}$  см<sup>-3</sup>.

4.5. Каким процессом определяется характерное время (0,1 с) падения интенсивности рентгеновского излучения из плазмы с горячими электронами (задача 4.4)? Газ — гелий при давлении  $3 \cdot 10^{-5}$  мм рт. ст. [3].

### Решение

Интенсивность рентгеновского излучения падает со временем из-за ухода электронов через магнитные пробки при рассеянии на атомах остаточного газа. Угловое



рассеяние электронов описывается формулой (1.1). Для He при  $p=3 \cdot 10^{-5}$  мм рт. ст. и  $E=100$  кэВ  $\langle \theta^2 \rangle = 1$  при  $l/v=0,04$  с.

4.6. Оценить температуру солнечной короны, исходя из того, что в спектрах испускания наблюдаются линии 9—14-кратно ионизованных атомов Fe, Ni, Ca. То же для «горячих точек» вакуумной искры, где наблюдаются линии Fe<sup>xxv</sup>.

### Решение

В солнечной короне ионизационное равновесие по Саха отсутствует; электронная температура по порядку величины сравнима с потенциалом ионизации последнего оторванного от атома электрона и составляет несколько сот электронвольт (см. Приложение 3).

26-й потенциал ионизации железа  $I=9$  кэВ. Для вакуумной искры  $n=10^{19} \div 10^{21}$  см<sup>-3</sup>; доля ионов Fe<sup>xxv</sup> будет заметной при температуре

$$T = \frac{I}{\ln(2/n\lambda^3)} \approx 0,6 \text{ кэВ.}$$

4.7. Как зависит от магнитного поля пороговая напряженность ВЧ-пробоя в цилиндрическом резонаторе?

### Решение

В резонаторе, высота которого  $h$  много больше диаметра  $2R$ , при наличии магнитного поля, параллельного оси резонатора, время жизни  $t$  электрона до гибели на стенках увеличивается в соответствии с формулой

$$t = L^2 / 2D,$$

где  $D$  — коэффициент диффузии, а эффективная диффузионная длина  $L$  определяется формулой

$$\frac{1}{L^2} = \frac{1}{h^2} + \frac{\nu^2}{\nu^2 + \omega_H^2} \left( \frac{2,4}{\pi R} \right)^2,$$

$\nu$  — частота столкновений;  $\omega_H$  — циклотронная частота.

При изменении магнитного поля пробой происходит при одном и том же значении произведения напряженности ВЧ-поля пробоя  $E_{п}$  на эффективную диффузионную длину

$$E_{п}L = \text{const.}$$

**4.8.** Где больше концентрация многозарядных ионов в токамаках: на периферии плазменного шнура или на его оси?

### Решение

Распределение многозарядных ионов примесей по радиусу плазменного шнура определяется знаком и величиной радиального электрического поля  $E_r$ . При  $E_r > 0$  концентрация этих ионов больше на периферии шнура, при  $E_r < 0$  — на его оси.

Если ионы уходят по радиусу из шнура наружу быстрее, чем более «замагниченные» электроны, его центральная часть заряжается отрицательно,  $E_r < 0$ , и концентрация ионов примесей больше на оси.

**4.9.** Пояснить ход зависимости проводимости  $\sigma$  и теплопроводности  $\kappa$  азота (при давлении 1 атм) от температуры (см. Приложение 8).

### Решение

Проводимость  $\sigma$  азота при  $p=1$  атм с увеличением температуры  $T$  растет вначале примерно экспоненциально, поскольку она пропорциональна степени ионизации  $\sigma \propto \exp(-I/2T)$  (где  $I=12$  эВ — потенциал ионизации азота). При  $T(\geq 1 \div 1,5$  эВ, когда электроны сталкиваются чаще с ионами, чем с нейтральными частицами, и степень ионизации достаточно велика (несколько процентов), проводимость растет с температурой, как в плазме из электронов и однозарядных ионов [см. (4.1)]  $\sigma \propto T^{3/2}$ . Аналогично теплопроводность азота при высоких температурах [см. (4.2)] растет пропорцио-

нально  $T^{5/2}$ ; в области же диссоциации азота ( $T \approx \approx 0,5$  эВ) имеется пик теплопроводности, объясненный своим происхождением увеличению теплоемкости азота (а поэтому и теплопроводности) в области диссоциации.

**4.10.** Какой особенностью обладает теплопроводность плазмы, у которой  $T < \hbar\omega_p$ ?

### Решение

Если тепловое излучение вносит существенный вклад в теплопроводность плазмы (см. задачу 4.1), то при  $T < \hbar\omega_p$ , когда значительная часть тепловых фотонов не может распространяться в плазме, ее теплопроводность уменьшается; при  $T \ll \hbar\omega_p$  это уменьшение определяется фактором  $\exp(-\hbar\omega_p/T)$ .

**4.11.** Найти максимально возможное значение коэффициента диффузии турбулентной плазмы поперек магнитного поля при наличии трения электронов и ионов о покоящийся газ плазмонов (по Тэйлору, см., например, [6]).

### Решение

Коэффициент диффузии турбулентной плазмы  $D$  найдем из равенства

$$D|\nabla n| = nv_r.$$

Радиальную скорость плазмы  $v_r$  при заданных плотности плазмы  $n$  и ее градиенте  $|\nabla n|$  получим из уравнений движения электронов и ионов

$$-\frac{\nabla p_{\pm}}{n} + e_{\pm} \mathbf{E} + e_{\pm} \frac{\mathbf{v}_{\pm}}{c} \times \mathbf{H} + \mathbf{F}_{\pm} = 0, \quad (4.6)$$

где  $\mathbf{F}_{\pm} = -m_{\pm} v_{\pm} \mathbf{v}_{\pm}$  — сила трения заряженных частиц о газ плазмонов;  $m_{\pm}$ ,  $e_{\pm}$  — масса и заряд электронов и ионов;  $v_{\pm}$  — их скорость;  $\nu_{\pm}$  — частота столкновений.

Для турбулентного плазменного цилиндра в магнитном поле из (4.6) имеем

$$\frac{e_{\pm}}{c} v_{r_{\pm}} H - m_{\pm} v_{\pm} v_{\theta_{\pm}} = 0, \quad (4.7)$$

$$-\frac{\nabla(p_{+} + p_{-})}{n} + \frac{e}{c} (v_{\theta_{+}} - v_{\theta_{-}}) H - (m_{+} v_{+} + m_{-} v_{-}) = 0. \quad (4.8)$$

Полагая  $\nabla p_{\pm} = T \nabla n$ , находим коэффициент диффузии

$$D = \frac{2T}{m_{+} v_{+} + m_{-} v_{-}} \frac{1}{1 + \left(\frac{eH}{c}\right)^2 \frac{1}{m_{+} v_{+}} \frac{1}{m_{-} v_{-}}} \leq \frac{1}{2} \frac{cT}{eH}. \quad (4.9)$$

**4.12.** Найти скорость течения неоднородной турбулентной плазмы поперек магнитного поля при наличии процессов вынужденного испускания плазмонов электронами и поглощения их ионами.

### Решение

Запишем возникающую из-за испускания плазмонов электронами и поглощения ионами силу трения между электронами и ионами в виде

$$F_{\pm} = \mp m_{-} \nu (v_{+} - v_{-}), \quad (4.10)$$

где  $\nu$  — эффективная частота столкновений. Используя (4.10), из (4.6) при  $\nabla(p_{+} + p_{-}) = 2T \nabla n$  получаем

$$v_r = 2 \frac{\nu}{\omega_{He}} \frac{cT}{eH} \frac{\nabla n}{n}.$$

### Список литературы

1. Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М., Наука, 1966.
2. Действие ядерного взрыва. Пер. с англ. Под ред. С. С. Григоряна и Г. С. Шапиро. М, Мир, 1971, с 38.

3. Ikegami H. e. a. Generation of energetic electrons by electron cyclotron heating in a magnetic mirror field. — Nucl. Fusion, 1973, v. 13, p. 351.
4. Финкельбург В., Меккер Г. Электрические дуги и термическая плазма. Пер. с нем. М., Изд-во иностр. лит., 1961.
5. Брагинский С. И. Явления переноса в плазме. — В кн.: Вопросы теории плазмы. Под ред. М. А. Леонтовича. Вып. 1. М., Госатомиздат, 1963, с. 183.
6. Веденов А. А. Теория турбулентной плазмы. М., Изд-во АН СССР, 1965.

## ГЛАВА 5

### ЗАРЯЖЕННАЯ ПЛАЗМА

В условиях, когда в плазме имеется нескомпенсированный пространственный заряд  $\rho$ , в уравнения движения (2.1) входит дополнительно сила  $\rho E$ , а в плотность энергии (2.5) — плотность энергии электрического поля  $E^2/8\pi$ .

#### Задачи

**5.1.** Оценить радиус  $r_{\text{мин}}$  фокального пятна при прохождении через электростатическую линзу с фокусным расстоянием 100 см электронного пучка  $I=100$  мА,  $U=10$  кВ, с круговым сечением радиуса  $r_0=1$  см.

#### Решение

Учитывая, что электрическое поле на краю пучка (рис. 5.1) равно

$$E = I/2\pi r v,$$

получаем из уравнения движения «крайнего» электрона

$$m d^2 r / dt^2 = e E$$

интеграл энергии

$$mv^2\theta^2/2 = (eI/2\pi v) \ln(r_0/r_{\text{мин}}),$$

где  $v = \sqrt{2eU/m}$  — скорость пучка (которую мы приближенно считаем постоянной). Тогда

$$r_{\text{мин}}/r_0 = \exp(-\theta^2/\alpha^2), \quad \alpha = \sqrt{eI/\pi m v^3}.$$

Для условий задачи  $\theta = 10^{-2}$ ,  $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-2}$ ,  $r_{\text{мин}} = 5$  мм.

5.2. Оценить длину продольной волны на поверхности заряженного электронного пучка в продольном магнитном поле [1].

### Решение

Длина волны на поверхности электронного пучка равна [1]

$$\lambda = v/\omega_0,$$

где  $v$  — скорость пучка;  $\omega_0$  — частота радиальных пульсаций заряженного столба, вращающегося в продольном магнитном поле:

$$\omega_0 = \sqrt{\Omega^2 - \omega_p^2};$$

$\Omega = eH/mc$  — электронная циклотронная частота;  $\omega_p = \sqrt{4\pi n e^2/m}$  — ленгмюровская частота;  $n$  — плотность электронов пучка.

5.3. Возможен ли фазовый переход в разреженной электронной плазме [2]?

### Решение

Чтобы удержать заряженную электронную плазму от разлета, ее можно поместить в магнитное поле с магнитными пробками.

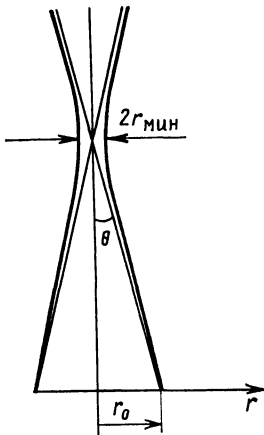


Рис. 5.1

Для однородного (бриллюэновского) вращения (с частотой  $\omega$ ) заряженного столба в магнитном поле  $H$

$$\omega_p \Rightarrow \sqrt{2\omega(\Omega - \omega)} \leq \Omega/\sqrt{2}, \quad * \quad (5.1)$$

где  $\omega_p = \sqrt{4\pi n e^2/m}$ ;  $e$ ,  $m$  — заряд и масса электрона;  $\Omega = eH/mc$ ;  $c$  — скорость света.

Поэтому в поле  $H \approx 1 \div 100$  кГс плотность вращающегося электронного плазменного столба  $n \lesssim 10^{10} \div 10^{14}$  см $^{-3}$ ; при температуре  $T \approx 10^{-1} \div 10^{-2}$  К неидеальность плазмы достаточно велика: потенциальная энергия взаимодействия электронов много больше  $T$ , а именно  $e^2/rT > 10^2$  ( $r$  — среднее расстояние между электронами:  $4/3\pi n r^3 = 1$ ). При таких значениях  $n$  и  $T$  электронная плазма должна приобретать свойства жидкости и, вероятно, кристаллизоваться.

### Список литературы

1. Mahaffey R. A. e. a. Rigid rotation and surfaces envelopes of nonneutral-plasma columns. — Phys. Rev. Lett., 1975, v. 35, p. 1439.
2. Malmberg J. H., O'Neil T. M. Pure electron plasma, liquid and crystal. — Phys. Rev. Lett., 1977, v. 39, p. 1333.

## ГЛАВА 6

### ЛИНЕЙНЫЕ ВОЛНЫ В ПЛАЗМЕ

#### Задачи

6.1. Найти показатель преломления  $n(\omega)$  и дисперсионное соотношение  $\omega = \omega(k)$  для электромагнитных волн с правой круговой поляризацией, распространяю-

---

\* Это равенство следует из баланса радиальных сил, действующих на электрон:

$$evH/c = eE + m\omega^2 r.$$

Подставляя сюда  $v = \omega r$ ,  $2\pi r E = 4\pi^2 n e r^2$ , получаем (5.1).

щихся в холодном электронном газе вдоль магнитного поля.

То же для волн с левой круговой поляризацией.

Как изменяются  $n(\omega)$  и  $\omega(k)$  при распространении волны под углом к магнитному полю?

### Решение

Из уравнений Максвелла и гидродинамических уравнений для «холодных» электронов для распространения вдоль магнитного поля (направленного по оси  $z$ ) волн, поляризованных по кругу, получим:

$$-ikH_y = (4\pi/c)nev_x - (i\omega/c)E_x;$$

$$-i\omega v_x = \frac{e}{m}E_x + \frac{eH_0}{mc}v_y;$$

$$ikH_x = (4\pi/c)nev_y - (i\omega/c)E_y;$$

$$-i\omega v_y = \frac{e}{m}E_y - \frac{eH_0}{mc}v_x;$$

$$ikE_y = (i\omega/c)H_x;$$

$$ikE_x = -(i\omega/c)H_y.$$

Вводя

$$H = H_x + iH_y,$$

$$E = E_x + iE_y,$$

$$v = v_x + iv_y,$$

где

$$E_x = A \cos(kz - \omega t),$$

$$E_y = A \sin(kz - \omega t).$$

$$H_x = -A(ck/\omega) \sin(kz - \omega t),$$



$$H_y = A(ck/\omega) \cos(kz - \omega t),$$

находим

$$ikH = -i(4\pi/c)nev - (\omega/c)E,$$

$$ikH = (\omega/c)H, \quad -i\omega v = (e/m)E + i\omega_H v.$$

Для волны, в которой направление вращения вектора  $\mathbf{E}$  совпадает с направлением вращения электронов,

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \left( 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega - \omega_H)} \right)$$

(где  $\omega_H = eH_0/mc$ ,  $\omega_p = \sqrt{4\pi ne^2/m}$ ).

Зависимость диэлектрической проницаемости  $n^2(\omega) = \epsilon = c^2 k^2 / \omega^2$  от  $\omega$  изображена на рис. 6.1, зависимость  $k$  от  $\omega$  — на рис. 6.2.

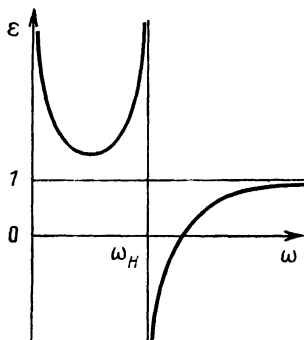


Рис. 6.1

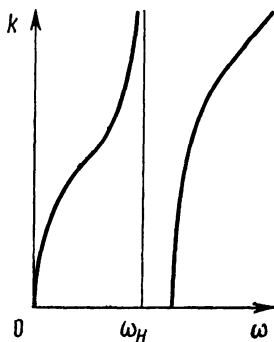


Рис. 6.2

Аналогичные зависимости для волны, поляризованной по кругу в противоположную сторону, приведены на рис. 6.3 и 6.4.

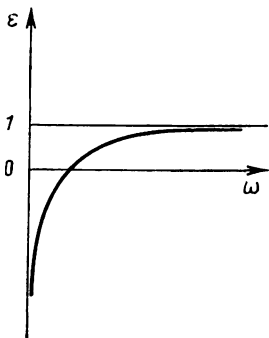


Рис. 6.3

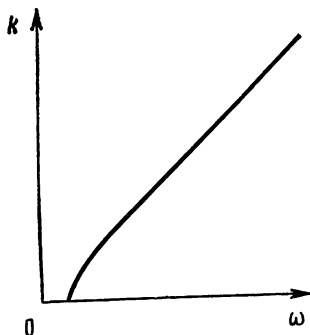


Рис. 6.4

**6.2.** Найти показатель преломления  $n(\omega)$  и дисперсионное соотношение  $\omega = \omega(k)$  для обыкновенной электромагнитной волны, распространяющейся в холодном электронном газе поперек магнитного поля.

То же для необыкновенной волны.

Как изменяются  $n(\omega)$  и  $\omega(k)$  при распространении волны под углом к магнитному полю?

### Решение

Плоскополяризованная волна с вектором  $\mathbf{E}$  вдоль  $\mathbf{H}_0$  распространяется, как в плазме без магнитного поля;  $n^2(\omega) = \epsilon(\omega)$  и  $k(\omega)$  приведены на рис. 6.5 и 6.6.

Плоскополяризованная волна с  $\mathbf{k} \perp \mathbf{H}_0$ ,  $\mathbf{H} \parallel \mathbf{H}_0$  ( $\mathbf{H}_0$  направлено по оси  $z$ ) при своем распространении создает

пространственную плотность заряда (модулированную в направлении распространения); в волне поэтому имеются компоненты поля  $E_x$ ,  $E_y$ . В этом случае из уравнений Максвелла и уравнений гидродинамики хо-

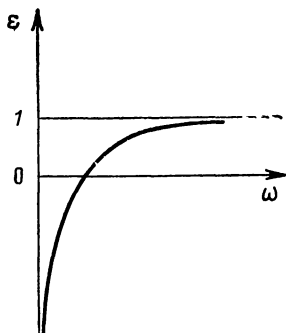


Рис. 6.5

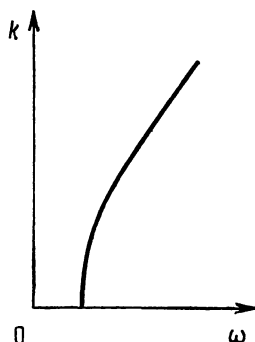


Рис. 6.6

лодных электронов получаем

$$-ikH_z = (4\pi/c)nev_y - (i\omega/c)E_y;$$

$$ikE_y = (i\omega/c)H_z;$$

$$-i\omega v_x = (e/m)E_x + \omega_{He}v_y;$$

$$-i\omega v_y = (e/m)E_y - \omega_{He}v_x;$$

$$-i\omega\delta n + ikn_0v_x = 0;$$

$$ikE_x = 4\pi e\delta n.$$

Зависимость  $k(\omega)$  дается соотношением

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \left( 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \frac{\omega^2 - \omega_{pe}^2}{\omega^2 - (\omega_{pe}^2 + \omega_{He}^2)} \right),$$

$n^2(\omega) = \epsilon(\omega)$  и  $k(\omega)$  изображены на рис. 6.7 и 6.8.

**6.3.** Найти дисперсионное соотношение  $\omega = \omega(k)$  для продольной ленгмюровской волны, распространяющейся в холодном электронном газе вдоль магнитного поля.

То же для распространения волны под углом к магнитному полю.

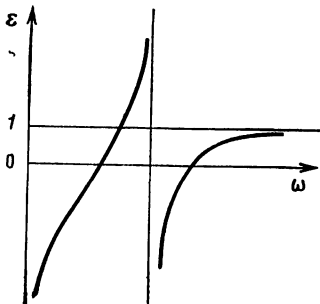


Рис. 6.7

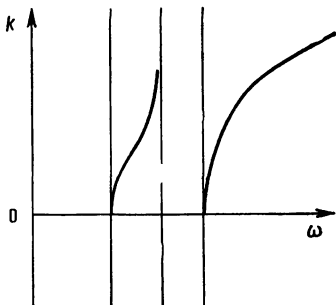


Рис. 6.8

**Решение** (см. в задаче 8.1)

**6.4.** Найти дисперсионное соотношение  $\omega(k)$  для поперечных магнитогидродинамических волн в плазме в магнитном поле.

**Решение**

Для волн, распространяющихся поперек магнитного поля, рассмотрим такую линейную поляризацию волны, при которой электрическое поле перпендикулярно постоянному магнитному полю  $\mathbf{H}_0$  и волновому вектору  $\mathbf{k}$  (рис. 6.9)\*. Тогда из уравнений (2.1) — (2.4) для линейных возмущений плотности  $\delta\rho$ , скорости  $\mathbf{v}$ , электрического и магнитного полей  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{H}$  получаем

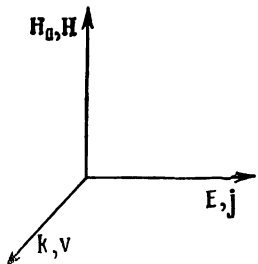


Рис. 6.9

\* Для линейной поляризации, такой, что  $\mathbf{E} \parallel \mathbf{H}_0$ , электромагнитная волна будет распространяться, как в вакууме.

$$\omega v = c_s^2 \frac{\delta \rho}{\rho} + \frac{jH_0}{\rho c};$$

$$\omega \delta \rho / \rho = kv;$$

$$E = (v/c) H_0;$$

$$kE = (\omega/c) H;$$

$$kH = \frac{4\pi j}{c} + i(\omega/c) E,$$

так что скорость распространения волны равна

$$\frac{\omega}{k} = \sqrt{\frac{c_s^2 + v_A^2}{1 + v_A^2/c^2}},$$

где  $c_s$  — скорость звука;  $v_A = H_0 / \sqrt{4\pi\rho}$  — альфвеновская скорость;  $c$  — скорость света;

$$\frac{\omega}{k} = \begin{cases} \sqrt{c_s^2 + v_A^2} & \text{при } v_A/c \ll 1; \\ c & \text{при } v_A/c \gg 1. \end{cases}$$

Для поперечных волн, распространяющихся вдоль магнитного поля, скорость вещества перпендикулярна направлению распространения волны, сжатие и разрежение плазмы в волне отсутствуют и скорость волны равна

$$\omega/k = \frac{v_A}{\sqrt{1 + v_A^2/c^2}}.$$

При «косом» распространении имеются три волны: альфвеновская

$$\omega_1/k = nv_A$$

и «быстрая» и «медленная» магнитозвуковые:

$$\omega_{2,3}/k = |c_s + v_A| \pm |c_s - v_A|,$$

где  $v_A = H_0 / \sqrt{4\pi\rho}$ ,  $c_s = nc_s$ ,  $n = k/k_0$ .

**6.5.** Найти дисперсионное соотношение  $\omega = \omega(k)$  для продольных гидродинамических (ионно-звуковых) волн, распространяющихся в плазме вдоль магнитного поля.

То же для распространения волны под углом к магнитному полю.

### Решение

Исходя из уравнений движения и непрерывности для холодных ионов

$$M\omega v_i = ek\varphi, \quad \delta n_i/n_i = kv_i/\omega$$

и уравнения движения горячих электронов (в пренебрежении их инерцией)

$$e\varphi = T_e \delta n_e/n_e,$$

получаем из закона Пуассона

$$k^2\varphi = 4\pi e(\delta n_i - \delta n_e)$$

дисперсионное уравнение для ионно-звуковых волн, а именно

$$\omega^2 = \omega_{pi}^2 k^2 / (k^2 + \kappa_e^2),$$

где  $\omega_{pi} = \sqrt{4\pi n_i e^2 / M}$  — ионная ленгмюровская частота;  $\kappa_e^{-1} = \sqrt{T_e / 4\pi n_e e^2}$  — электронный дебаевский радиус.

Для  $k \ll \kappa_e$  получаем  $\omega = c_s k$ ,  $c_s = \sqrt{T_e / M}$ .

В сильном магнитном поле длинные волны вызывают движение ионов только вдоль поля, и дисперсионное уравнение для ионно-звуковых волн принимает вид

$$\omega = c_s k_{\parallel},$$

где  $k_{\parallel}$  — проекция волнового вектора на магнитное поле.

**6.6.** Найти скорость вращения плоскости поляризации  $\alpha = \Delta\varphi/\Delta x$  электромагнитной волны, распространя-

ющейся вдоль магнитного поля в плазме при  $\omega \gg \omega_{pe} \gg \omega_{He}$  ( $\Delta\varphi$  — поворот плоскости поляризации при прохождении волной расстояния  $\Delta x$ ).

### Решение

$$\alpha = \frac{\omega}{2c} (n_+ - n_-) \approx \frac{1}{2c} \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \omega_{He},$$

где  $n_{\pm}$  — показатели преломления для волн с круговой поляризацией в направлении вращения электрона в магнитном поле и против него.

**6.7.** Оценить коэффициент усиления электромагнитной волны (на электронной циклотронной частоте  $\omega_{He} = 5,7$  ГГц) в ксеноне при давлении  $10^{-4}$  мм рт. ст. при наличии электронов с энергией 3,7 эВ и плотностью, соответствующей току 0,1 мА [1].

### Решение

Поскольку в условиях эксперимента  $\omega_p \ll \omega_H$ , можно считать, что волна, наиболее эффективно взаимодействующая с электронами, — это вакуумная волна с правой круговой поляризацией с частотой  $\omega = ck$ . Ее затухание (или усиление) найдем из линеаризованного кинетического уравнения для поправки  $f_1$  (к исходной функции распределения  $f_0$ ), обусловленной электрическим полем волны:

$$i(\omega - i\nu)f_1 - \omega_H \partial f_1 / \partial \varphi = E \partial f_0 / \partial v, \quad (6.1)$$

где  $\varphi = \arctg v_y / v_x$ ,  $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$  (ось  $z$  направлена вдоль магнитного поля  $H_0$ ),  $\omega_H = eH_0 / mc$ ,  $\nu$  — частота столкновений электронов. Из (6.1) и уравнений Максвелла получается дисперсионное уравнение

$$\omega^2 = c^2 k^2 + \frac{2\pi}{3} \omega \omega_p^2 \int_0^{\infty} v^3 \frac{\partial f_0 / \partial v}{\omega - \omega_H + i\nu} dv, \quad (6.2)$$

так что для моноэнергетического распределения,  $f_0 = \delta(v - v_1) / 4\pi v^2$ , затухание равно

$$\text{Im } \omega = \frac{\omega_p^2}{4v(v_1)} \left( \frac{1 + \alpha/3}{1 + \delta^2} - \frac{2\alpha/3}{(1 + \delta^2)^2} \right),$$

где  $\alpha = \left( \frac{v}{v_1} \frac{dv}{dv} \right)_{v=v_1}$ ,  $\delta = (\omega - \omega_H) / v$ . Затухание сменяется усилением при  $\delta = 0$  ( $\text{Im } \omega > 0$ ) для  $\alpha = 3$ .

В условиях эксперимента максимальный коэффициент усиления равен  $\text{Im } \omega / c \approx 0,01 \text{ см}^{-1}$ .

**6.8.** Можно ли вводить пучок необыкновенных СВЧ-волн ( $\lambda = 8 \text{ мм}$ ), предназначенных для электронно-циклотронного нагрева электронов, в токамаках Т-10 с внешней стороны тороида [2]?

### Решение

В токамаке Т-10 электронно-циклотронная частота значительно больше ленгмюровской; тороидальное магнитное поле (магнитным полем тока можно пренебречь) растет от внешней стороны тороида к внутренней, и поэтому квадрат показателя преломления  $n^2$  меняется

в главной плоскости тороида в зависимости от радиуса  $r$ , как показано на рис. 6.10.

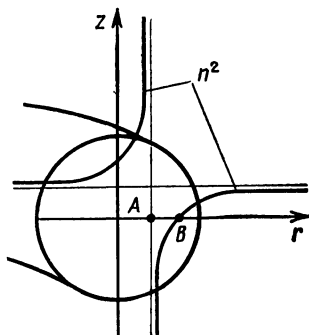


Рис. 6.10

В области  $AB$  плазма для необыкновенной волны непрозрачна, поэтому достичь точки циклотронного резонанса  $A$  волна может лишь с внутренней стороны тороида.

**6.9.** Оценить плотность  $n$  и тепловую скорость электронов  $v_{Te}$  плазмы  $N_a$  в  $Q$ -машине «Ариадна» [3], исходя из экспериментально измеренных за-



висимостей частоты  $f$  и пространственного декремента затухания  $k_i$  электронных колебаний от длины волны  $\lambda = 2\pi/k$  (табл. 6.1). Радиус плазменного столба 13,5 мм, температура вольфрамового катода 2200—2600 К.

Таблица 6.1

|                        |      |      |     |     |
|------------------------|------|------|-----|-----|
| $k, \text{ см}^{-1}$   | 0,2  | 0,4  | 0,6 | 0,8 |
| $f, \text{ МГц}$       | 30   | 35   | 40  | 45  |
| $k_i, \text{ см}^{-1}$ | 0,01 | 0,03 | 0,3 |     |

### Решение

Распределение потенциала  $\varphi$  (рис. 6.11) в волнах, распространяющихся вдоль плазменного слоя толщиной  $2a$ , таково:

$$\varphi = \begin{cases} [\exp q(x-a)] \cos ky, & x > a; \\ \frac{\text{ch } px}{\text{ch } pa} \cos ky, & 0 < x < a. \end{cases}$$

Волновые числа  $p, q, k$  находятся из волновых уравнений вне и внутри слоя

$$-q^2 + k^2 = \omega^2/c^2,$$

$$-p^2 + k^2 = \omega^2\varepsilon/c^2$$

и условия равенства нормальной компоненты электрической индукции при  $x=a$ :  $-q = \varepsilon p \text{ th } pa$ .

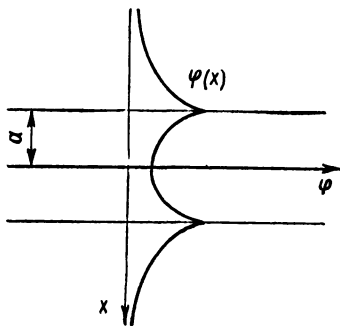


Рис. 6.11

В приближении  $c \rightarrow \infty$  ( $ck \gg \omega_p$ );  $\epsilon = 1 - \omega_p^2/\omega^2$  получаем  $q = k$ ,  $p = k$ ,  $\omega = \omega_p \sqrt{\text{th } ka}$ . Для «Ариадны»  $l$  [МГц] =  $40 \sqrt{k}$  (где  $k$  в  $\text{см}^{-1}$ ), так что  $\omega_p \cong 200$  МГц;  $k_i \sim k$  при  $f \cong 40$  МГц и  $k_1 \approx 1 \text{ см}^{-1}$ . Плотность плазмы  $n \approx 10^7 \div 10^8 \text{ см}^{-3}$ , тепловая скорость электронов  $v_{Te} \approx \omega/k_1 \approx \omega_p/k_1 \approx 10^8 \text{ см/с}$ .

**6.10.** Оценить скорость течения плазмы  $v$  в Q-машине «Ариадна» [3], если известно, что в установке частоты ионных колебаний  $\omega_1 = 0,4k$ ,  $\omega_2 = 0,2k$  ( $\omega$  — в МГц,  $k$  — в  $\text{см}^{-1}$ ).

### Решение

$$v = \frac{\omega_1 - \omega_2}{2k} = 10^5 \text{ см/с}.$$

**6.11.** Оценить коэффициент поглощения лазерного импульса в плазменной мишени.

### Решение

Доля  $\alpha$  поглощенной энергии при нормальном падении луча на плазму возрастающей вдоль луча плотности равна

$$\alpha = 1 - r^2,$$

где

$$r = \left| \exp \int i \frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon} dy \right|^2$$

(в приближении геометрической оптики);  $y$  — координата вдоль луча;  $\epsilon = 1 - \omega_p^2/\omega(\omega + iv)$  — диэлектрическая проницаемость плазмы;  $\omega_p(y) = \sqrt{4\pi n(y) e^2/m}$  — плазменная частота. При  $v/\omega_p \ll 1$

$$r \cong \exp \left( - \int \frac{1}{2} \frac{\omega_p^2/\omega^2}{\sqrt{1 - \omega_p^2/\omega^2}} \frac{v}{c} dy \right) = \exp \left( - \Lambda \frac{v_1}{c} l \right),$$

где  $v_1$  — частота столкновений в точке отражения;  $l$  — характерный линейный масштаб изменения плотности вблизи точки отражения;  $\Lambda \sim 1$  — числовой множитель,

зависящий от вида профиля плотности и температуры плазмы. Например, для экспоненциального профиля  $n = n_0 \exp(-y/l)$  и политропной связи температуры и плотности,  $T \sim n^{\gamma-1}$  получаем  $\Lambda = 2$  для  $\gamma = 5/3$ ,  $\Lambda = 3/2$  для  $\gamma = 1$ .

6.12. Оценить, какая доля энергии электромагнитной волны превратится в энергию ленгмюровских колебаний в результате линейной трансформации при падении на плазму.

### Решение

Траектория луча электромагнитной волны (при наклонном падении) вблизи точки отражения от плазмы, плотность которой возрастает вдоль оси  $y$ , изображена на рис. 6.12.

В точке отражения  $O$

$$\omega^2 = \omega_{p0}^2 + c^2 k_x^2,$$

где  $\omega_{p0}$  — плазменная частота в  $O$ ;  $k_x$  — компонента волнового вектора вдоль границы плазмы. Если плотность плазмы вблизи  $O$  растет линейно (с характерным мас-

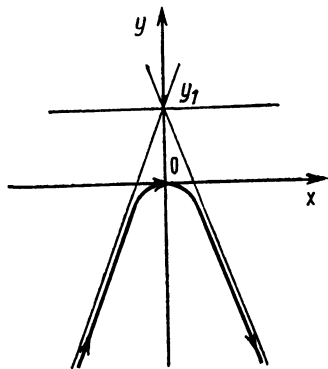


Рис. 6.12

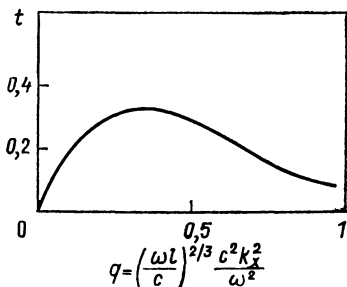


Рис. 6.13

штабом  $l$ ), то падающая волна будет резонировать с ленгмюровской волной, локализованной вблизи точки  $y_1$ , такой, что

$$\omega^2 = \omega_{p0}^2 (1 + y_1/l).$$

Доля энергии падающей электромагнитной волны, которая превратится в энергию ленгмюровских колебаний, равна  $t^2$ , где (с точностью до предэкспоненциального множителя) величина

$$t = \exp\left(-\int_0^{y_1} |k_y| dy\right)$$

есть отношение амплитуды электромагнитной волны, «просочившейся» через область непрохождения к резонансной точке  $y_1$ , к амплитуде падающей волны. Так как

$$|k_y| = \frac{\omega_{p0}}{c} \sqrt{\frac{y}{l}} \quad \text{и} \quad \frac{y_1}{l} = \frac{c^2 k_x^2}{\omega_{p0}^2},$$

то

$$t = \exp\left(-\frac{2}{3} \frac{\omega_{p0}}{c} \frac{y_1^{3/2}}{l^{1/2}}\right) = \exp\left(-\frac{2}{3} \frac{c^2 k_x^2 l}{\omega_{p0}^2}\right).$$

Результат точного расчета коэффициента трансформации  $t$  [4] приведен на рис. 6.13.

**6.13.** Какой величины можно ожидать для инкремента ионно-звуковой волны, возбуждаемой ионным пучком в установке с «двойной плазмой» [5]?

### Решение

Оценим инкремент ионно-звуковой волны, возбуждаемой в плазме с холодными ионами и горячими электронами слабым ионным пучком.

В уравнении для пульсаций потенциала  $\varphi$

$$k^2 \varphi = 4\pi e (\delta n_- - \delta n_+) \quad (6.3)$$

( $k$  — волновое число) возмущение  $\delta n_-$  электронной плотности, в предположении, что электронное распределение бoльцмановское ( $n_- \sim \exp(-e\varphi/T_-)$ ), находим

$$\delta n_-/n_- = e\varphi/T_-;$$

возмущение  $\delta n_+$  плотности ионов плазмы определим из уравнений движения и непрерывности ионов плазмы:

$$-i\omega v_+ = -ike\varphi/M,$$

$$\delta n_+/n_+ = (k/\omega) v_+ = (k^2/\omega^2) e\varphi/M;$$

возмущение  $\delta n'_+$  плотности ионов пучка получим из линеаризованного кинетического уравнения

$$-i(\omega - kv) \delta f = -(e/M) ik\varphi \partial f / \partial v$$

(где  $f'$ ,  $\delta f'$  — функция распределения ионов пучка и ее возмущение), так что

$$\begin{aligned} \delta n'_+ &= \int \delta f' d^3v = \int (e/M) ik\varphi (\partial f' / \partial v) \pi \delta(\omega - kv) d^3v = \\ &= (e/M) \varphi ik \left( \frac{\partial f_1}{\partial v_{\parallel}} \right)_{v_{\parallel} = \omega/k} \end{aligned}$$

[где  $f_1$  — функция распределения ионов пучка по компоненте скорости вдоль волнового вектора возмущения  $k$  (рис. 6.14), нормированная так, что  $\int f_1 dv_{\parallel} = 1$ ].

Таким образом, из (6.3) получаем

$$\frac{k^2 c_s^2}{\omega^2} = 1 + k^2 d_e^2 - i\pi \frac{n'}{n} c_s^2 \left( \frac{\partial f_1}{\partial v_{\parallel}} \right)_{\omega/k}, \quad (6.4)$$

где  $c_s = \sqrt{T_-/M}$ ,  $d_e = c_s/\omega_{pe}$ . Из (6.4) следует, что при

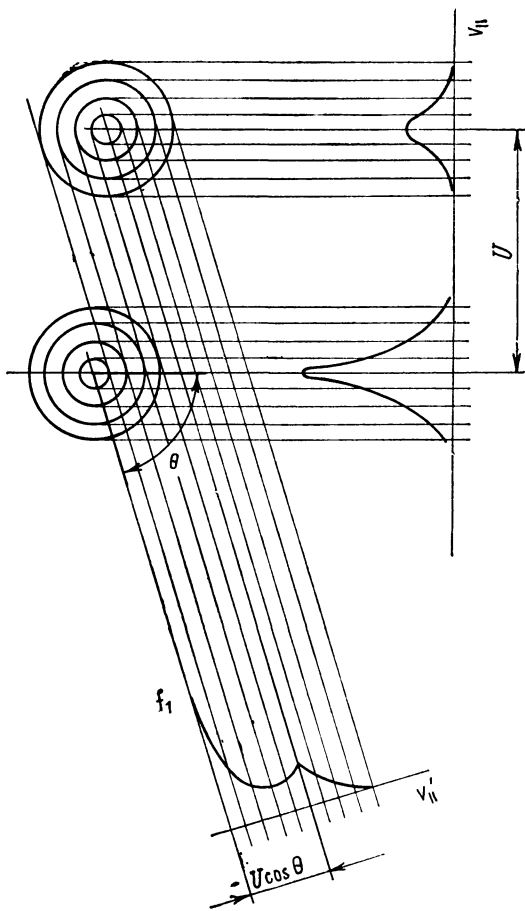


Рис. 6.14

$U \gg c_s$  возбуждаются волны с  $\cos \theta = c_s/U \ll 1$  с инкрементом

$$\gamma \approx \omega_{pi} \frac{n'}{n}.$$

Если увеличивать температуру ионов, то из-за черенковского поглощения (затухания Ландау) на ионах инкремент уменьшается [в уравнении (6.4) появляется слагаемое  $-i\pi c_s^2 (\partial f_0 / \partial v_{\parallel})_{\omega/k}$ ] и, при  $v_{Ti} \approx c_s$ , т. е.  $T_i \approx T_e$  (для  $n'/n \sim 1$ ), встречное движение сгустков плазмы становится устойчивым.

**6.14.** Оценить коэффициент усиления электромагнитной волны в «мазере на циклотронном резонансе» (МЦР) [6].

### Решение

Из (6.2) получим оценку коэффициента усиления электромагнитной волны в МЦР

$$\text{Im } \omega/c = \Lambda \frac{\omega_p^2}{c} \frac{\nu}{(\omega_c - \omega_H)^2 + \nu^2},$$

где  $\nu$  — ширина линии электронного циклотронного резонанса;  $\Lambda$  — числовой множитель, зависящий от вида функции распределения электронов и соотношения между шириной линии  $\nu$  и обусловленной релятивистскими эффектами разностью двух ближайших частот перехода электрона между уровнями в магнитном поле  $\omega_n - \omega_{n-1} \approx \delta$  ( $\delta \approx \omega_H v_{\perp}^2 / 2c^2$ ). При  $\delta \gg \nu$   $\Lambda \sim 1$ .

**6.15.** Положение  $z$  минимума амплитуды ионно-звуковой волны, возбуждаемой круглой сеткой диаметром 28 см, укрепленной в алюминиевом кольце диаметром 34 см в плазме мультипольной установки с постоянными

магнитами, приведено в табл. 6.2 для различных частот  $f$ .

Таблица 6.2

|           |    |    |    |
|-----------|----|----|----|
| $f$ , кГц | 30 | 50 | 70 |
| $z$ , см  | 10 | 25 | 40 |

Параметры плазмы: аргон;  $n_e = 5 \cdot 10^8 \text{ см}^{-3}$ ;  $T_e = 3 \text{ эВ}$ ;  $\rho = 2 \cdot 10^{-5} \text{ мм рт. ст.}$  Чему равен эффективный радиус  $R$  сетки? Оценить амплитуду потенциала волны при потенциале на сетке 1 В.

### Решение

Потенциал на расстоянии  $z$  вдоль оси плоской сетки радиуса  $R$  равен

$$\varphi(z) = \varphi_0 \{ \exp(-ik\sqrt{z^2 + R^2}) - \exp(-ikz) \},$$

так что первый интерференционный минимум находится примерно на расстоянии  $z = kR^2/2\pi$  (где  $k = \omega/c_s$  — волновое число,  $c_s = 6 \cdot 10^5 \text{ см/с}$  — скорость ионного звука). При  $f = 30 \text{ кГц}$  и  $z = 10 \text{ см}$  получаем  $R = 15 \text{ см}$ .

### Список литературы

1. Wachtel J. M., Hirshfield J. L. Negative electron cyclotron resonance absorption due to collisions. — Phys. Rev. Lett., 1967, v. 19, p. 293.
2. Аликаев и др. Перспективы использования электронно-циклотронных волн для нагрева плазмы в крупномасштабных установках типа токамак. — Физика плазмы, 1977, т. 3, с. 230.
3. Franklin R. N. e. a. Proc. Roy. Soc., 1975, v. A347, p. 1.
4. Голант В. Е., Пиля А. Д. Линейная трансформация и поглощение волн в плазме. — Успехи физ. наук, 1971, т. 104, с. 428.
5. Doreil F., Gresillon D. Space-time structure of ion beam turbulence. — Phys. Fluids, 1975, v. 18, p. 756.
6. Гапонов А. В. и др. Индуцированное излучение возбужденных



## ГЛАВА 7

### НЕЛИНЕЙНЫЕ ВОЛНЫ В ПЛАЗМЕ

Процессы испускания и поглощения одних плазменных волн другими и процессы рассеяния волн на волнах рассмотрим на примере продольных — ленгмюровских и ионно-звуковых — волн.

1. Записывая силу, действующую на плазму со стороны ВЧ-ленгмюровского поля (градиент ВЧ-потенциала), получаем уравнение движения плазмы

$$\rho(\partial^2 \xi / \partial t^2 - c_s^2 (\nabla \xi)) = -s \nabla \sum_k N_k (N_k = E_k^2 / 4\pi\omega_0, \quad s = \omega_0/2) \quad (7.1)$$

( $\xi$  — смещение плазмы) и кинетическое уравнение для функции распределения ленгмюровских волн  $N_k$ , учитывающее их рефракцию на ионно-звуковых неоднородностях:

$$\partial N_k / \partial t + \mathbf{v}_k \nabla N_k + s \nabla (\nabla \xi) \partial N_k / \partial \mathbf{k} = 0 \quad (\mathbf{v}_k = \partial \omega / \partial \mathbf{k}). \quad (7.2)$$

Из замкнутой системы уравнений для величин  $\xi$  и  $N_k$  (7.1), (7.2) находим [1, 2] декремент затухания  $\Gamma$  ионно-звуковых  $s$ -волн из-за черенковского поглощения ленгмюровскими  $l$ -плазмонами:

$$\Gamma = \pi \frac{s^2 q}{\rho c_s} \int \mathbf{q} \frac{\partial N}{\partial \mathbf{k}} \delta(\pm qc_s - \mathbf{q} \cdot \mathbf{v}_k) d\mathbf{k},$$

и коэффициент диффузии по углам для  $l$ -плазмона при распространении в «газе»  $s$ -плазмонов:

$$D_{\alpha\beta} = \sum_q s^2 q_\alpha q_\beta |\mathbf{q} \cdot \xi|^2 \delta(\pm qc_s - \mathbf{q} \cdot \mathbf{v}_k).$$

2. Если вместо кинетического уравнения использовать для плазмонов «гидродинамические» уравнения (см. задачу 7.1)

$$\left. \begin{aligned} \rho \left( \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} - c_s^2 \nabla \nabla \cdot \xi \right) &= -s \nabla N, \\ \frac{\partial N}{\partial t} + \nabla (N \mathbf{v}) &= 0, \quad \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} = \frac{1}{m^*} s \nabla \nabla \cdot \xi, \\ 1/m^* &= \langle d\mathbf{v}_k/dk \rangle, \end{aligned} \right\} \quad (7.3)$$

то для возмущений в виде плоских волн, в которых величины  $\xi$ ,  $v$  и  $\delta N = N - N_0$  (где  $N_0$  — равновесное значение плотности плазмонов) изменяются пропорционально  $\exp(-i\Omega t + iqx)$ , получаем дисперсионное уравнение

$$\left( \frac{\Omega}{q} \right)^4 - c_s^2 \left( \frac{\Omega}{q} \right)^2 - \beta = 0, \quad \beta = \frac{1}{m^*} \frac{s^2 N}{\rho}, \quad (7.4)$$

дающее при  $\beta > 0$  модуляционную неустойчивость

$$\Omega \approx \frac{i V \bar{\beta}}{c_s} q, \quad (7.5)$$

а при  $\beta < 0$  — медленные волны:

$$\Omega \approx \frac{V \sqrt{-\beta}}{c_s} q. \quad (7.6)$$

3. Если при рассмотрении распадов волн нужно сохранить их фазы, удобно исходить из системы уравнений для трех осцилляторов: двух ленгмюровских (смещение элемента плазмы в этих колебаниях равно  $\eta_{1,2}$ ) и ионно-звукового (смещение плазмы в этом колебании равно  $\xi$ ). Функция Лагранжа, с учетом взаимодействия, равна

$$\begin{aligned} L &= \frac{mn}{2} \sum_{\alpha=1,2} \left[ \left( \frac{\partial \eta_\alpha}{\partial t} \right)^2 - \omega_{pe}^2 \eta_\alpha^2 \right] + \\ &+ \frac{Mn}{2} \left[ \left( \frac{\partial \xi}{\partial t} \right)^2 - c_s^2 (\nabla \xi)^2 \right] + n \Lambda \eta_1 \eta_2 \nabla \xi, \end{aligned} \quad (7.7)$$

где  $\Lambda = 8\pi^2 e^2 n$ .

Уравнения движения осцилляторов ( $\nabla \rightarrow ik$ )

$$\left. \begin{aligned} m(\ddot{\eta}_1 + \omega^2_1 \eta_1) &= i\Lambda k_3 \eta_2 \xi, \\ m(\ddot{\eta}_2 + \omega^2_2 \eta_2) &= i\Lambda k_3 \eta_1 \xi^*, \\ M(\ddot{\xi} + \omega^2_3 \xi) &= i\Lambda k_3 \eta_1 \eta_2^* \end{aligned} \right\} \quad (7.8)$$

дают, в частности, инкремент распада  $\eta_1 \rightarrow \eta_2 + \xi$ :

$$\gamma = \frac{\Lambda k_3 |\eta_1|}{V m \omega_2 M \omega_3}. \quad (7.9)$$

### Задачи

7.1. Вывести систему «гидродинамических» уравнений для  $l$ -плазмонов из кинетического уравнения.

### Решение

Вычисляя нулевой и первый моменты кинетического уравнения, получаем:

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \nabla(N\mathbf{v}) = 0; \quad N = \int N_k dk; \quad \mathbf{v} = \frac{\int \mathbf{v}_k N_k dk}{\int N_k dk};$$

$$\frac{\partial N\mathbf{v}}{\partial t} + \nabla_i(N\mathbf{v}^2) + \nabla(N\langle(\delta\mathbf{v})^2\rangle) + \mathbf{f} \int \mathbf{v}_k \frac{\partial N_k}{\partial k} dk = 0;$$

$$\langle(\delta\mathbf{v})^2\rangle = \frac{\int (\delta\mathbf{v}_k)^2 N_k dk}{\int N_k dk}; \quad \delta\mathbf{v}_k = \mathbf{v}_k - \mathbf{v}; \quad \mathbf{f} = s\nabla\nabla \cdot \xi.$$

Вводя

$$\frac{1}{m^*} = \frac{\int \frac{dv_k}{dk} N_k dk}{\int N_k dk},$$

приходим к системе уравнений

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial N}{\partial t} + \nabla N \mathbf{v} &= 0, \\ \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \nabla \cdot \mathbf{v} &= -\frac{\nabla N \langle (\delta \mathbf{v})^2 \rangle}{N} + \frac{\mathbf{f}}{m^*}. \end{aligned} \right\} \quad (7.10)$$

Для «холодных» плазмонов  $\langle (\delta \mathbf{v})^2 \rangle = 0$ , и (7.10) переходит в (7.3).

7.2. Оценить пороговое значение  $\phi$  потенциала ленгмюровской  $l$ -волны в  $Q$ -машине «Ариадна» (см. задачу 6.9) для индуцированного испускания  $l$ -плазмоном ионно-звуковой  $s$ -волны; сравнить с экспериментальным значением  $\phi = 20$  мВ. Найти инкремент\*.

### Решение

Поскольку ленгмюровские сателлиты, испускаемые одновременно с ионно-звуковыми волнами, лежат вне ленгмюровской линии накачки, расчет нужно вести по схеме распада с заданными фазами волн  $l_1 \rightarrow l_2 + s_3$  (причем  $k_2 \approx -k_1$ ;  $k_3 \approx 2k_2$ ). Из лагранжиана (7.7) получаем уравнения трех связанных колебаний (7.8) в отсутствие затухания:

$$m(\ddot{\eta}_1 + \omega_1^2 \eta_1) = i\lambda \eta_2 \xi; \quad (7.11)$$

$$m(\ddot{\eta}_2 + \omega_2^2 \eta_2) = i\lambda \eta_1 \xi^*; \quad (7.12)$$

$$M(\ddot{\xi} + \omega_3^2 \xi) = i\lambda \eta_1 \eta_2^*, \quad (7.13)$$

где  $\lambda = \Lambda k_3$ .

При заданной волне накачки  $\eta_1$  для инкремента  $\Gamma$  нарастания ленгмюровского сателлита

$$\eta_2 \sim \exp(-i\omega_2 t + \Gamma t)$$

\* См. также [3].

и ионно-звуковой волны

$$\xi \sim \exp(-i\omega_3 t + \Gamma t)$$

из уравнений (7.11) — (7.13) получаем

$$m\omega_2 \Gamma \eta_2 = \lambda \eta_1 \xi,$$

$$M\omega_3 \Gamma \xi = \lambda \eta_1 \eta_2,$$

т. е.  $\Gamma^2 = \eta_1^2 \lambda^2 / m\omega_2 M\omega_3$ .

Порог раскачки получаем, учитывая затухания  $\gamma_2, \gamma_3$  и приравнивая нулю инкремент:

$$\gamma_2 \gamma_3 = \eta_1^2 \lambda^2 / m\omega_2 M\omega_3.$$

Для параметров  $Q$ -машины «Ариадна»  $\Gamma \approx 10^4 \text{ с}^{-1}$  при потенциале, в несколько раз превышающем порог. Принимая  $\gamma_2 = 10^5 \text{ с}^{-1}$ ,  $\gamma_3 = 10^3 \text{ с}^{-1}$ , получаем  $\varphi = (4\pi en/k)\eta_1 \approx 10 \text{ мВ}$ .

**7.3.** Оценить амплитуду колебаний, возникающих при распадах  $l \rightarrow l' + l''$  (при разных радиальных и угловых собственных числах ленгмюровских волн) в  $Q$ -машине «Ариадна». Сравнить с экспериментальным превышением амплитуды волн накачки над амплитудой рожденных при распаде волн, равным 20 дБ.

### Решение

Аналогично задаче 7.2 получаем  $\Gamma \approx \eta_1 \lambda / m \sqrt{\omega_2 \omega_3}$ . Нарастание в пространстве поля волны, возникающей при распаде, определяется уравнением

$$v_r \frac{\partial E}{\partial x} = \Gamma E,$$

откуда

$$E = E_r \exp\left(\Gamma \frac{x}{v_r}\right),$$

где  $v_T$  — групповая скорость;  $x$  — расстояние от возбуждающей сетки вдоль трубки;  $E_T$  — «тепловое» поле, значение которого можно оценить, исходя из равенства

$$\frac{E_T^2}{8\pi} = \frac{4\pi}{3} k_D^3 T \frac{\Delta\omega}{\omega}$$

( $k_D$  — волновое дебаевское число,  $\Delta\omega$  — ширина спектра). Для параметров  $Q$ -машины «Ариадна»  $E_T \approx 0,1$  мВ/см,  $\varphi_T \approx 0,1$  мВ,  $\Gamma x/v_T \approx 5$ .

7.4. Найти характер изменения в пространстве и оценить амплитуду  $\varphi_3$  волны разностной частоты ( $s$ -волны) при стационарном резонансном смещении двух  $l$ -волн в  $Q$ -машине «Ариадна» путем подачи сигналов на две сетки, отстоящие вдоль оси на  $L=40$  см.

### Решение

Пренебрегая затуханием волн и подставляя в (7.8)  $\omega_3 = c_s k_3 = -c_s i \partial/\partial x$ , получаем

$$M \left( \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} - c_s^2 \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} \right) = i \Lambda k_3 \eta_1 \eta_2^*.$$

Для

$$\begin{aligned} \eta_1 &= \eta_{10} \exp(-i\omega_1 t + ik_1 x) \quad (x > 0); \\ \eta_2 &= \eta_{20} \exp(-i\omega_2 t - ik_2 x) \quad (x < L), \end{aligned}$$

полагая

$$\begin{aligned} \xi &= \xi_0(x) \exp(-i\omega_3 t + ik_3 x), \\ k_3 &= k_1 + k_2, \quad \omega_3 = c_s k_3, \end{aligned}$$

получаем

$$2Mc_s^2 k_3 \frac{\partial \xi_0}{\partial x} = \Lambda k_3 \eta_{10} \eta_{20}^*,$$

или

$$\xi_0 = \frac{\Lambda \eta_{10} \eta_{20}^*}{2Mc_s^2} x = \frac{E_{1\sim} E_{2\sim}^*}{4nT} x \quad (0 < x < L)$$

(при  $x > L$ , в отсутствие затухания,  $\xi_0$  постоянно). При  $E_{1\sim} = 10$  мВ/см,  $E_{2\sim} = 1$  мВ/см получаем  $\varphi_3 \approx 0,1$  мВ•

7.5. Как изменится длина ионно-звуковой волны ( $\lambda=1,8$  см), распространяющейся в плазме Ag ( $n_e=3,2 \cdot 10^{10}$  см $^{-3}$ ,  $T_e=5$  эВ, с током 0,7 А при диаметре трубки 5 см), при вхождении в турбулентную зону, в которой возбуждены ионно-звуковые шумы с энергией  $W \approx 0,01 n_e T_e$  [4]? Оценить декремент затухания пробной  $s$ -волны.

### Решение

Для ионно-звуковых плазмонов «эффективная масса»  $m^* = (dV_k/dk)^{-1}$  отрицательна, и при распространении «пробной» волны по газу ионно-звуковых плазмонов ее скорость в соответствии с (7.4) уменьшается на величину

$$\delta v \approx s^2_i N / m^* \rho,$$

где  $s_i \approx \omega_{0i}/2$ . При заданной частоте пробной волны ее длина  $\lambda = 2\pi v/\omega$  становится меньше. Для условий опыта [4]: длина волны при вхождении в турбулентную зону сокращается с 1,8 до 1,4 см.

При прохождении турбулентной зоны плазмы рефракция пробной волны на случайных пульсациях плотности  $\Delta n$  приводит к рассеянию на длине  $L \approx \pi l (n/\Delta n)^2$ , где  $l$  — характерная длина волны турбулентных пульсаций в плазме. Для условий [4] длина рассеяния составляет несколько дециметров.

7.6. Как зависят скорость и размер ионно-звукового солитона от его амплитуды? Как зависит число солитонов, образующихся при наложении на плазму кратковременного возмущения, от его амплитуды и длительности?

### Решение

Система гидродинамических уравнений плазмы холодных ионов и горячих безынерционных электронов

имеет вид

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} = - \frac{e}{M} \frac{\partial \varphi}{\partial x},$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial nv}{\partial x} = 0,$$

$$\Delta \varphi = 4\pi e [-n + n_0 \exp(-e\varphi/T)],$$

где  $v$  — скорость ионов;  $\varphi$  — потенциал;  $n$  — плотность ионов;  $n_0$  — равновесная плотность. Если  $v$ ,  $n$  и  $\varphi$  зависят только от  $t - x/U$ , то из этой системы, ограничиваясь длинными волнами и слабой нелинейностью, можно получить следующее уравнение для потенциала:

$$D^2 \varphi'' = \varphi(1 - c_s^2/U^2) - \varphi^2 e/T, \quad (7.14)$$

где  $D = \sqrt{T/4\pi n_0 e^2}$ .

Из (7.14) получаем решение

$$\varphi = \varphi_0 / \text{ch}^2[(x - Ut)/L].$$

Размер  $L$  и амплитуда потенциала  $\varphi_0$  солитона связаны со скоростью его движения  $U$  соотношениями

$$\frac{L}{D} = \sqrt{\frac{2}{U/c_s - 1}}, \quad \frac{\varphi_0}{T/e} = 3 \left( \frac{U}{c_s} - 1 \right),$$

хорошо согласующимися с экспериментом [5].

**7.7.** Чем можно объяснить наблюдаемое в экспериментах на  $Q$ -машине «Ариадна» уменьшение затухания  $\gamma$  ленгмюровской волны с ростом ее амплитуды потенциала  $\varphi$

$$\gamma/\gamma_0 \cong 1 - 0,5\varphi,$$

где  $\varphi$  в милливольтгах.

### Решение

Уменьшение затухания связано с образованием плато на функции распределения электронов по скоростям [1, 10]. Оценка по квазилинейной теории дает

$$\frac{\gamma}{\gamma_0} = \frac{1}{1 + (\varphi/\varphi_{\text{кр}})^{3/2}}, \quad \varphi_{\text{кр}} = T_e \left( \frac{\nu}{\omega_p} \right)^{2/3},$$



где  $T_e$  — температура электронов;  $\omega_p$  — ленгмюровская частота;  $\nu$  — частота столкновений. Для  $Q$ -машины «Ариадна»  $\varphi_{кр} \approx 3$  мВ.

7.8. Оценить плотность потока энергии радиоволны с частотой  $f=1$  МГц, необходимую для прохождения  $F$ -слоя плазмы плотностью  $n_F=3 \cdot 10^5$  см<sup>-3</sup>. Критическая плотность  $n_{кр}$ , соответствующая частоте 1 МГц, равна  $1,6 \cdot 10^4$  см<sup>-3</sup> (см., например [6] и цитированную там литературу).

### Решение

Для грубой оценки пренебрежем нагревом электронов и будем считать, что давление электромагнитного поля должно быть равно разности давлений исходной плазмы  $F$ -слоя и плазмы более низкой критической плотности

$$E^2/4\pi = n_F T_e - n_{кр} T_e.$$

Тогда, полагая  $T_e=0,3$  эВ, для плотности потока энергии получаем

$$cE^2/4\pi \cong 2cn_F T_e \cong 10^{-4} \text{ Вт/см}^2.$$

7.9. С помощью модели двух гребенок (см. в книге [7]) исследовать:

1) изменение эффекта плазменного эха при уменьшении температуры плазмы (замена рассеянного света прямым пучком);

2) влияние на эхо дополнительного затухания (фильтр) или турбулентности (матовая пластинка).

7.10. Амплитуда ионно-звукового эха при введении турбулентности между первой и второй модуляциями падает в  $\exp(-k)$  раз [8]. Как изменяется затухание эха  $k$  при увеличении мощности шумов?

### Решение

Затухание  $k$  пропорционально квадрату потенциала шумов  $\varphi$ .

**7.11.** При прохождении электронного пучка через плазму в результате развития модуляционной неустойчивости в возбужденных пучком ленгмюровских колебаниях возникают «ямки» плотности плазмы. Оценить амплитуду ленгмюровских шумов и инкремент модуляционной неустойчивости для пучка (100 В; 3 мА; диаметр 4 см) в водородной плазме ( $n_e = 3 \cdot 10^9 \text{ см}^{-3}$ ;  $T_e = 10 \text{ эВ}$ ) [9], если уменьшение плотности в ямках  $\delta n/n = 10\%$ .

### Решение

При возникновении пучковой неустойчивости энергия пучка с высокой эффективностью (несколько десятков процентов) переходит в энергию ленгмюровских колебаний, которую можно оценить с помощью равенства

$$\frac{E^2}{4\pi} v_r S = P, \quad (7.15)$$

где  $P$  — мощность пучка;  $S$  — сечение трубки;  $v_r \cong \sqrt{T_e/m}$  — групповая скорость ленгмюровских волн.

Для развитой модуляционной неустойчивости неоднородности плотности равны  $\delta n \cong \frac{E^2/8\pi}{T_e}$ ; с учетом (7.15)

получаем  $\delta n/n \cong 0,1$  в соответствии с экспериментом.

Инкремент находим из равенства (7.5)

**7.12.** Найти условие распада слабоионизованной плазмы с током на слои с различной степенью ионизации.

### Решение

Для заданной плотности  $j_x$  тока, перпендикулярного слоям, джоулево тепло, выделяемое в единице объема, равно (см. задачу 3.8)

$$\frac{j_x^2 + j_y^2}{\sigma} = j_x^2 \frac{1}{\sigma} \left( 1 + \beta^2 \left( 1 - \frac{\sigma}{\langle \sigma \rangle} \right)^2 \right). \quad (7.16)$$

Для больших значений параметра Холла  $\beta \gg 1$  и малых отклонений  $\delta\sigma$  проводимости в слоях от среднего значения выражение (7.16) принимает вид

$$\frac{j_x^2 + j_y^2}{\sigma} \cong \frac{j_x^2}{\langle \sigma \rangle} + \frac{j_x^2}{\langle \sigma \rangle} \left[ -\frac{\delta\sigma}{\langle \sigma \rangle} + \beta^2 \left( \frac{\delta\sigma}{\langle \sigma \rangle} \right)^2 \right].$$

В стационарном состоянии выделение джоулева тепла уравнивается теплоотдачей  $W$ , обычно растущей функцией температуры и, следовательно, проводимости  $\sigma$ :

$$\frac{dW}{d\sigma} > 0.$$

Отклонение в слое с  $\delta\sigma > 0$  степени ионизации (а вместе с ней и проводимости) слабоионизированной плазмы от среднего значения будет нарастать, если флуктуация джоулева тепла достаточно велика:

$$\beta^2 \frac{\delta\sigma}{\langle \sigma \rangle} > 1 + \frac{d \ln W}{d \ln \sigma}.$$

При этом плазма распадается на слои с различной степенью ионизации.

**7.13.** Найти энергию ленгмюровских колебаний, возбуждаемых в плазме, если в нее входит электронный пучок.

### Решение

Исходим из системы одномерных квазилинейных уравнений [1, 2]:

$$v_g \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} = A \varepsilon \frac{\partial f}{\partial v}, \quad (7.17)$$

$$v \frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial v} B \varepsilon \frac{\partial f}{\partial v}, \quad (7.18)$$

где ось  $x$  выбрана вдоль направления движения пучка;  $f$  — функция распределения;  $\varepsilon = E^2_h / 8\pi$  — спектральная плотность энергии ленгмюровских колебаний;  $v_g$  — групповая скорость волн;  $A = \pi \omega_0 v^2$ ;  $B = \omega_0^2 / n m v$ ;  $\omega_0$  —

ленгмюровская частота;  $n$  — плотность электронов плазмы, а волновое число  $k$  и скорость  $v$  связаны соотношениями

$$\omega = kv; \quad \omega = \omega_0 + \frac{3}{2} k^2 T / m \omega_0,$$

где  $T$  — электронная температура.

Подставляя  $\varepsilon df/dv$  из (7.17) в (7.18) и интегрируя по  $x$  от границы плазмы  $x=0$  до  $x=\infty$ , находим спектральную плотность ленгмюровских волн, возбужденных пучком:

$$\varepsilon(v, \infty) = AB^{-1} v_r^{-1} \int_{v_1}^v v (f_\infty - f_0) dv.$$

Здесь  $f_0 = f(v, 0)$  — функция распределения по скоростям электронов пучка, входящего в плазму; энергией тепловых ленгмюровских волн  $\varepsilon(v, 0)$  пренебрегаем. Высота плато  $f_\infty$  на функции распределения пучка в глубине плазмы определяется условием сохранения полного числа резонансных электронов (рис. 7.1):

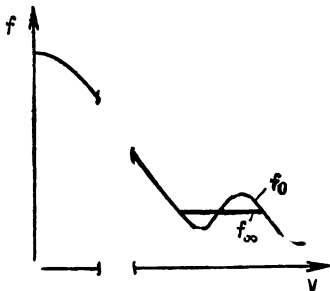


Рис. 7.1

$$f_\infty = \frac{1}{v_2 - v_1} \int_{v_1}^{v_2} f(0, v) dv.$$

### Список литературы

1. Ведынов А. А. Теория турбулентной плазмы. М., Изд-во АН СССР, 1965.
2. Ведынов А. А. Введение в теорию слаботурбулентной плазмы. — В кн.: Вопросы теории плазмы. Вып. 3. Под ред. М. А. Леонтовича. М., Госатомиздат, 1963, с. 203.
3. Fedorchenko V. D., Muratov V. I., Rutkevich B. N. Dynamics of three-wave processes in plasmas. — Nucl. Fusion, 1968, v. 8, p. 37.
4. Yamamoto T., Nishio Y., Tsukishima T. Propagation of a coherent

- ion acoustic wave through ion wave turbulence.— J. Phys. Soc. Japan, 1976, v. 41, p. 1021.
5. Hollenstein Ch., Tran M. Q.— Helvetica Physica Acta, 1976, v. 49, p. 547.
  6. Ютло У., Коэн Р. Изменение ионосферы под действием мощных радиоволн.— Успехи физ. наук, 1973, т. 109, с. 371.
  7. Кадомцев Б. Б. Коллективные явления в плазме. М., Наука, 1976, с. 161.
  8. Itatani R., Yasaka Y., Fukumasa O. Velocity space diffusion of ions in controlled turbulence.— Phys. Fluids, 1977, v. 20, p. 259.
  9. Антипов С. В. и др. Ленгмюровские солитоны.— Препринт ИАЭ-2907. М., 1977.
  10. Веденов А. А., Велихов Е. П., Сагдеев Р. З. Устойчивость плазмы.— Успехи физ. наук, 1961, т. 73, с. 701.

## ГЛАВА 8

### ТУРБУЛЕНТНАЯ ПЛАЗМА

#### Задачи

8.1. При каких условиях в ловушке с магнитными пробками возбуждаются электростатические электронные волны [1]?

#### Решение

Для электромагнитных волн с поляризацией, такой что  $E_y = H_x = H_z = 0$  (рис. 8.1), считая ионы неподвижными, запишем уравнения движения электронов

$$-i\omega v_x + \omega_{He} v_y = \frac{e}{m} E_x,$$

$$-i\omega v_y - \omega_{He} v_x = 0$$

и уравнения Максвелла

$$\omega_{pe}^2 \frac{E_z}{-i\omega} - i\omega E_z = ick_x H_y,$$

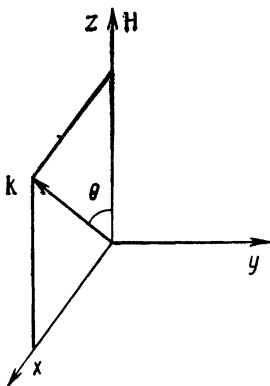


Рис. 8.1

$$\omega_{pe}^2 \frac{E_x}{-\omega + \frac{\omega_{He}^2}{-\omega}} + i\omega E_x = -ick_z H_y,$$

$$k_x E_z - k_z E_x = \frac{\omega}{c} H_y.$$

Из этой системы уравнений находим дисперсионное уравнение

$$\frac{c^2 k_x^2 / \omega^2}{\omega_{pe}^2 / \omega^2 - 1} + \frac{c^2 k_z^2 / \omega^2}{\omega_{pe}^2 / (\omega^2 - \omega_{He}^2) - 1} = -1$$

или

$$\omega^2 = c^2 k^2 / \varepsilon, *$$

где

$$1/\varepsilon = \sin^2 \theta / \varepsilon_{\parallel} + \cos^2 \theta / \varepsilon_{\perp};$$

$$\varepsilon_{\parallel} = 1 - \omega_{pe}^2 / \omega^2;$$

$$\varepsilon_{\perp} = 1 - \omega_{pe}^2 / (\omega^2 - \omega_{He}^2).$$

При  $c \rightarrow \infty$  получаем закон дисперсии электростатических волн.

$$\frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2 - \omega_{He}^2} \sin^2 \theta + \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \cos^2 \theta = 1.$$

Для  $\theta \rightarrow \pi/2$  и  $\omega \ll \omega_H$  имеем

$$\omega \cong \omega_{pe} \cos \theta / \sqrt{1 + \omega_{pe}^2 / \omega_{He}^2}.$$

В ловушке с магнитными пробками волны с  $\theta$ , близким к  $\pi/2$ , раскачиваются, если:

1) в ловушке отсутствуют ионы, медленно движущиеся вдоль магнитного поля, которые могли бы отбирать энергию у волн;

2) плазменный столб не «слишком короткий»; это нужно, чтобы волновой пакет, движущийся вдоль плазменного столба по спирали от одного конца к другому, успел за время прохождения достаточно усилиться;

3) радиальное падение плотности плазмы достаточно резкое, так что на краю плазменного столба существует явно выраженная группа ионов, движущихся по азимуту и дающих интенсивное черенковское излучение медленных (при  $\theta \rightarrow \pi/2$ ) электростатических волн.

8.2. Оценить равновесные плотность и температуру плазмы в ловушке с магнитными пробками типа 2XIIВ [2].

### Решение

Для плазмы в 2XIIВ (при инъекции потока) потери энергии «горячими» ионами при столкновениях с электронами больше, чем потери из-за ухода в конус потерь под действием турбулентных электростатических волн.

Мощность  $P$ , выделяемая инжектором нейтральных частиц в плазме, равна мощности, передаваемой ионами электронам в результате столкновений:

$$P/V = \nu_D n T_i, \quad (8.1)$$

где  $V$  — объем плазмы;  $\nu_D$  — частота ион-электронных столкновений для передачи энергии;  $n$  — плотность запертых ионов;  $T_i$  — ионная температура. Эта же мощность выносится в стационарном состоянии из ловушки пролетными частицами:

$$P/V = \nu_t n_u \eta T_e, \quad (8.2)$$

где  $\nu_t$  — «транзитная» частота иона, т. е. обратное время пролета незапертого иона  $\nu_t \cong 0,5 \sqrt{e\varphi/M/L}$ ;  $\varphi$  — потенциал плазмы, обычно равный  $\varphi \cong 3T_e/e$ ;  $n_u$  — плотность незапертых ионов;  $\eta T_e$  — средняя энергия пролетного электрона;  $\eta = 5 \div 8$ , согласно расчетно-эмпирическим данным.

В стационарном состоянии число частиц  $S$ , вносимых в плазму инжектором, равно числу пролетных частиц, уходящих из ловушки:

$$S = \nu_t n_u. \quad (8.3)$$

Наконец, на границе устойчивости плотности пролетных и запертых частиц связаны соотношением

$$n_u/n = \lambda e\phi/T_i, \quad (8.4)$$

где постоянная  $\lambda \cong 0,5$ .

Равновесные плотность и температуру плазмы определяем из системы уравнений (8.1) — (8.4).

Если поток холодной плазмы с торца отсутствует, то электростатические конусные дрейфово-циклотронные волны нарастают, пока в результате индуцированного их испускания и поглощения не появится достаточно плотная группа пролетных ионов (с малыми  $v_{\perp}$ ), стабилизирующих плазму.

**8.3.** Какими процессами можно объяснить (наблюдаемое с помощью рентгеновских измерений радиального распространения электронной энергии) аномально большое значение электронной температуропроводности  $\chi = (1 \div 3) \cdot 10^5$  см<sup>2</sup>/с в кольцевом плазменном шнуре установки ORMAK [3]?

### Решение

Авторы [3] связывают наблюдаемое увеличение температуропроводности либо с наличием группы энергичных электронов, либо с воздействием пилообразных пульсаций в центре шнура.

**8.4.** Оценить температуру горячих электронов плазмы водорода (давление  $10^{-7}$  мм рт. ст.,  $n_e = 10^{12}$  см<sup>-3</sup>) в установке CIRCE [4] с магнитными зеркалами (напряженность магнитного поля в центре 3 кГс, длина  $L = 1$  м, диаметр 40 см,  $H_{\text{макс}}/H_{\text{мин}} \cong 2$ ) при нагреве СВЧ-генератором мощностью  $P = 10$  кВт,  $\lambda = 10$  см.

### Решение

Осциллируя между магнитными пробками, электрон попадает в область СВЧ-поля со случайной фазой, так



что движение электронов в фазовом пространстве поперечных скоростей носит характер диффузии:

$$d(v_{\perp}^2)/dN = 2D, \quad (8.5)$$

где коэффициент диффузии  $D$  равен квадрату изменения скорости за один пролет области  $l$  СВЧ-поля  $E$ :

$$D = (\Delta v)^2 = (at_1)^2, \quad t_1 = l/v_{\parallel}, \quad a = eE/m, \quad (8.6)$$

а число пролетов связано с временем соотношением

$$dN = v_{\parallel} dt/L. \quad (8.7)$$

Подставляя (8.6) и (8.7) в (8.5) и предполагая (чтобы упростить оценку), что  $v_{\perp} \approx v_{\parallel}$ , найдем

$$v \approx (a^2 l^2 t/L)^{1/3}.$$

Для  $P=10$  кВт напряженность электрического поля  $E \approx 0,1$  кВ/см; тогда при  $l=1$  см,  $t=10^{-2}$  с получим  $v=10^{10}$  см/с. Экспериментальное значение температуры горячих электронов  $\sim 100$  кэВ.

**8.5.** Какие коллективные явления в плазме препятствуют созданию сильноточного плазменного ускорителя ионов, в котором ионы ускорялись бы плазменной волной, созданной инжектированным в плазму электронным пучком [5]?

### Решение

Эти явления — распадная, параметрическая и модуляционная неустойчивость ускоряющей ионы волны.

**8.6.** Как меняется амплитуда электрического поля шумов, возникающих при развитии желобковых колебаний в ловушке с магнитными зеркалами, при стабилизации с помощью токовых «стержней Иоффе» [6]?

Таблица 8.1

| $\alpha$          | 1,04 | 1,08 | 1,22 | 1,30 |
|-------------------|------|------|------|------|
| $R_-, \text{ см}$ | 18   | 14   | 10   | 6    |
| $R_+, \text{ см}$ | —    | 18   | 14   | 10   |

### Решение

Результаты экспериментального исследования желобковых колебаний в зависимости от  $\alpha = \sqrt{1 + (H_{\perp}/H_{0\parallel})^2}$  приведены в табл. 8.1.

Здесь  $R_-$  — расстояние от оси ловушки, на котором при данном значении  $\alpha$  колебания еще видны, а  $R_+$  — расстояние от оси, на котором колебания уже не видны. Теоретическое условие устойчивости относительно развития желобков: центр кривизны силовых линий должен лежать вне плазмы, тогда эффективная сила тяжести будет направлена из вакуума в плазму и желобкам будет энергетически невыгодно образовываться на ее поверхности (в противном случае плазма будет вываливаться между желобками в вакуум). Это теоретическое условие качественно соответствует экспериментальному.

8.7. Оценить энергию и спектральную плотность электрического потенциала в ионно-звуковой турбулентности, возбуждаемой током в плазме (см., например, статьи [7] и приведенные в них ссылки).

### Решение

Экспериментальный спектр плотности энергии ионно-звуковых шумов описывается законом

$$P \sim \omega^{-4,2 \pm 0,4}$$

(при  $v_d/v_{Te} \sim 0,1$ ) и имеет пик около частоты столкновений ион — нейтральная частица. Теоретическое выражение для спектра ионно-звуковой турбулентности приведено в [8].

Согласно теории сильной турбулентности [10], для каждого турбулентного масштаба пульсационная скорость  $v_{\sim}$  достигает величины, сравнимой с фазовой скоростью  $\omega_k/k$ :

$$v_{\sim} \approx \omega_k/k.$$

Для длинноволновых ионно-звуковых пульсаций отсюда получаем

$$v_{\sim} \approx c_s = \sqrt{T_e/M}$$

(где  $c_s$  — скорость ионного звука;  $T_e$  — электронная температура;  $M$  — масса иона), так что спектральная плотность

$$\left. \begin{aligned} \langle \varphi_k^2 \rangle &\approx \varphi_{\sim}^2/k^3 \approx T_e^2/e^2 k^3, \\ \langle \varphi_{\omega}^2 \rangle &= \langle \varphi_k^2 \rangle \frac{4\pi k^2 dk}{d\omega} \approx \frac{4\pi T_e^2}{e^2} \frac{1}{\omega}. \end{aligned} \right\} \quad (8.8)$$

Согласно теоретическому расчету по модифицированной теории слабой турбулентности [11], величина  $k^3 \langle \varphi_k^2 \rangle$ , в отличие от (8.8), не постоянная, а имеет максимум при  $k\lambda_D \approx 0,4$  ( $\lambda_D$  — дебаевская длина) и обращается в нуль при  $k\lambda_D \ll 0,1$  и  $k\lambda_L \gg 1$ .

8.8. Какую долю энергии плазмы составляет энергия ускоренных электронов в токамаке PLT?

### Решение

Электроны свободно ускоряются под действием вихревого поля  $E$ , если сила  $eE$  превосходит силу трения

$m\nu v [\cong 4\pi n (e^2/mv^2)^2 v \ln \Lambda]$ , т. е. если

$$v > v_{Te} \sqrt{E_0/E},$$

где

$$E_0 = \frac{4\pi n e^3}{T_e} \ln \Lambda$$

— так называемое поле Драйсера.

За время  $t$  эти электроны должны ускориться до энергии  $T = T_e (E/E_0)^2 (v_{Te} t)^2$ , так что доля энергии, содержащаяся в ускоренных электронах, была бы

$$\eta = (T/T_e) \exp(-v^2/v_{Te}^2) = (E/E_0)^2 (v_{Te} t)^2 \exp(-E_0/E).$$

Для токамака PLT  $E/E_0 \approx 0,1$ ,  $v_{Te} \approx 10^4$  с<sup>-1</sup>, так что при  $t \approx 0,1$  с  $\eta \approx 0,5$ .

В действительности ускоренные электроны возбуждают ленгмюровские волны [9], и возникающее «коллективное трение» уменьшает отбор энергии этими электронами от вихревого поля.

### Список литературы

1. Post R. F., Rosenbluth M. N. Phys. Fluids, 1966, v. 9, p. 730.
2. Фаулер Т. К., Пост Р. Ф. Программа США по термоядерным исследованиям на ловушках с магнитными пробками. — Физика плазмы, 1977, т. 3, с. 1408.
3. Callen J. D., Jahus G. L. Experimental measurement of electron diffusivity in a tokamak. — Phys. Rev. Lett., 1977, v. 38, p. 491.
4. Bardet R. e. a. Hot-electron-plasma accumulation in a CIRCE mirror experiment. — Nucl. Fusion, 1975, v. 15, p. 865.
5. Файнберг Я. Б. Коллективное ускорение ионов в плазме. — Физика плазмы, 1977, т. 4, с. 442.
6. Иоффе М. С., Соболев Р. И. Удержание плазмы в ловушке с комбинированным магнитным полем. — Атомная энергия, 1964, т. 17, с. 366.
7. Hara T. Nonlinear development of current-driven ion wave instability. — J. Phys., Soc. Japan, 1977, v. 42, p. 1721; Kawai Y., Hollenstein Ch., Guyot M. Ion acoustic turbulence in a large volume plasma. — Phys. Fluids, 1978, v. 21, p. 970.

8. Horton W., Choi D. I., Koch R. A. — Phys. Rev., 1976, v. A14, p. 424.
9. Liu C. S. e. a. Nonlinear dynamics of runaway electrons and their interaction with tokamak liners. — Phys. Rev. Lett., 1977, v. 39, p. 701.
10. Вedenov A. A. Теория турбулентной плазмы. М., Изд-во АН СССР, 1965.
11. Horton W., Choi D. I., Koch R. A. Scaling laws and asymptotic states for ion acoustic turbulence. — Phys. Fluids, 1979, v. 22, p. 797.

## ГЛАВА 9

### УДАРНЫЕ ВОЛНЫ В ПЛАЗМЕ

#### Задачи

**9.1.** Оценить скорость ударной волны в  $\theta$ -пинче. При каких условиях можно ожидать появления на фронте волны осцилляций аксиального магнитного поля? Шумов с азимутальным электрическим полем? В каком диапазоне частот и какой амплитуды?

#### Решение

Сходящуюся ударную волну в  $\theta$ -пинче приближенно можно представить как магнитно-звуковую большой амплитуды, распространяющуюся поперек магнитного поля.

Для простоты рассмотрим предел, когда газовое давление мало по сравнению с магнитным. Затухание быстрой магнитно-звуковой волны (рис. 9.1) определяется суммой джоулевых и вязких потерь. Оценим эти потери отдельно. Из уравнений движения жидкости и уравнений Максвелла получим:

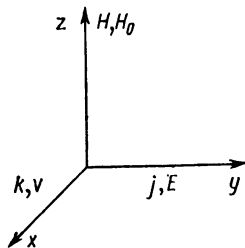


Рис. 9.1

$$\begin{aligned}\frac{\partial v}{\partial t} &= j \frac{H_0}{\rho c}; \\ j &= \sigma \left( E + \frac{v}{c} H_0 \right); \\ \frac{\partial E}{\partial x} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial H}{\partial t}; \\ \frac{\partial H}{\partial x} &= \frac{4\pi}{c} j,\end{aligned}$$

так что уравнение для волнового движения, учитывающее джоулевы потери, имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( -\frac{\partial H}{\partial t} - \frac{c^2}{4\pi\sigma} \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} \right) = \frac{H_0^2}{4\pi\rho} \frac{\partial^2 H}{\partial x^2}.$$

Вязкие потери в ламинарной плазме ( $\nu$  — ионная вязкость) найдем из уравнений

$$\begin{aligned}\frac{\partial v}{\partial t} &= \nu \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + j \frac{H_0}{\rho c}, \\ E + \frac{v}{c} H &= 0,\end{aligned}$$

и волновое уравнение примет вид

$$\frac{\partial^2 H}{\partial t^2} - \nu \frac{\partial^2}{\partial x^2} \frac{\partial H}{\partial t} = \frac{H^2}{4\pi\rho} \frac{\partial^2 H}{\partial x^2}.$$

Учитывая джоулевы и вязкие потери, затухание и частоту волны можно приближенно представить в виде

$$\gamma = (\nu + c^2/4\pi\sigma) k^2, \quad \omega = v_A k,$$

где  $k$  — волновое число. Осцилляции на фронте ударной волны появятся, если  $\gamma < \omega$ , т. е. если  $(\nu + c^2/4\pi\sigma) k < v_A$ . Если в качестве волнового числа выбрать обратную ширину ударной волны с вязкой диссипацией [1]  $k \rightarrow v_A / [\nu(M-1)]$ , то условие возникновения осцилляций будет иметь вид

$$M-1 > 1 + c^2/4\pi\sigma\nu.$$

Здесь  $M$  — число Маха.

Возбуждения продольных ленгмюровских и ионно-звуковых колебаний азимутальным током (идущим во фронте ударной волны в  $\theta$ -пинче) можно ожидать, когда скорость электронов, переносящих этот ток, превысит соответственно электронную тепловую и ионно-звуковую скорости:

$$\frac{c}{4\pi} \frac{\Delta H}{nel} > \sqrt{\frac{T_e}{m}} \text{ или } \sqrt{\frac{T_e}{M}},$$

где  $n$  — плотность плазмы;  $l=1/k$  — ширина ударной волны;  $\Delta H$  — скачок магнитного поля на фронте волны.

При возбуждении колебаний плазма перестает быть ламинарной и эффективные кинетические коэффициенты (в частности,  $\nu$  и  $\sigma$ ) могут сильно измениться [2].

9.2. Какого наибольшего значения «параметра неидеальности» плазмы  $e^2/rT$  [ $r = \left(\frac{3}{4\pi n}\right)^{1/3}$  — среднее расстояние между зарядами  $e$ ;  $T$  — температура] можно достичь в ударной трубе?

### Решение

Плотность, температура, давление и скорость идеального газа (с показателем адиабаты  $\gamma$ ) за фронтом ударной волны находятся из уравнений непрерывности, движения и энергии (в системе координат, связанной с фронтом движущейся по газу ударной волны):

$$\left. \begin{aligned} \rho_0 U &= \rho (U - v); \\ p_0 + \rho_0 U^2 &= p + \rho (U - v)^2; \\ \frac{U^2}{2} + \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{T_0}{m} &= \frac{(U - v)^2}{2} + \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{T}{m}, \end{aligned} \right\} \quad (9.1)$$

где  $\rho_0$ ,  $\rho$  — плотности газа перед волной и за нею;  $U$  — скорость волны;  $v$  — скорость вещества за волной (в лабораторной системе координат);  $p = \rho T/m$  — давление;  $m$  — масса молекулы;  $T_0$  и  $T$  — температура перед и за

фронтом. Наибольший параметр неидеальности достигается при наибольшем сжатии вещества в ударной волне. Это происходит в области первой ионизации, когда эффективный показатель адиабаты  $\gamma$  близок к единице. Для сильной ударной волны, в которой  $U^2/2 \gg \gg [1/(\gamma-1)] (T_0/m)$  при  $\gamma \rightarrow 1$ , из (9.1) находим температуру сжатого газа

$$\frac{T}{m} = \frac{\gamma - 1}{2} U^2,$$

давление

$$p = \rho_0 U^2$$

и плотность

$$\rho = \frac{p}{T/m} = \frac{2}{\gamma - 1} \rho_0. \quad (9.2)$$

Используя формулу Саха

$$\frac{n_-}{n_a + n_-} = \frac{1}{\sqrt{1 + n\lambda^3 \exp(I/T)}}$$

( $n_-$  — плотность электронов;  $n_a$  — плотность атомов;  $\lambda = \hbar/\sqrt{2\pi m T}$  — тепловая длина волны электрона;  $I$  — потенциал ионизации), для минимального значения показателя адиабаты  $\gamma$  (см. также [4]) получаем

$$\gamma - 1 = 2T/I, \quad (9.3)$$

где  $T$  определяется приближенным равенством

$$n\lambda^3 \exp(I/T) \approx 1. \quad (9.4)$$

Уравнения (9.2) — (9.4) определяют плотность и температуру, соответствующие наибольшему значению параметра неидеальности.

**9.3.** Оценить расстояния от Земли до магнитопаузы ( $D$ ) и до фронта ударной волны ( $D + \Delta$ ) при натекании солнечного ветра на магнитосферу Земли.



## Решение

Расстояние до фронта ударной волны (рис. 9.2) можно найти из равенства давлений солнечного ветра и магнитного поля. При упругом отражении частиц ветра от магнитопаузы

$$H^2/8\pi = 2nMv^2.$$

Полагая  $H = m_{\oplus}/r^3$  ( $m_{\oplus} = 8 \cdot 10^{25}$  Гс·см<sup>3</sup>) и учитывая, что сжатие магнитосферы ветром дает увеличение магнитного поля в  $\Lambda$  раз (согласно более точному расчету  $\Lambda \approx 2,6$  [3]), получаем

$$D + \Delta = (\Lambda^2 m_{\oplus}^2 / 16\pi n M v^2)^{1/6}.$$

Согласно [1],

$$\Delta = 1,1D(\gamma - 1)/(\gamma + 1).$$

### Список литературы

1. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика сплошных сред. М., Гостехиздат, 1954.
2. Сагдеев Р. З. Коллективные процессы и ударные волны в разреженной плазме — В кн.: Вопросы теории плазмы. Вып. 4. Под ред. М. А. Леонтовича. М., Атомиздат, 1967, с. 3.
3. Брандт Дж. Солнечный ветер. Пер. с англ. М., Мир, 1973.
4. Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М., Наука, 1966.

## ГЛАВА 10

### НЕИДЕАЛЬНАЯ ПЛАЗМА

В слабоионизованной плазме высокой плотности средняя энергия свободных электронов из-за большого

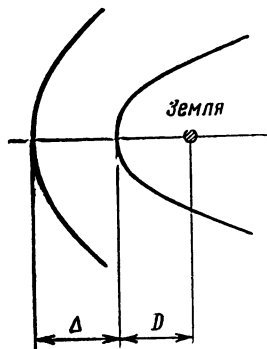


Рис. 9.2

поляризационного взаимодействия с нейтральными атомами понижается на величину

$$U_1 = n\hbar^2 \sqrt{\pi q} / m,$$

где  $m$  — масса электрона,  $q$  — полное сечение рассеяния медленных электронов на атомах. Энергия иона понижается на  $U_2 = 4\pi n e^2 \alpha / r_0$ , где  $\alpha$  — поляризуемость нейтрального атома,  $r_0$  — радиус иона. Понижение потенциала ионизации на величину  $U_1 + U_2$  приводит к экспоненциальному росту электронной концентрации с плотностью газа (см. [1])

$$n_e \sim \exp(-I + U_1 + U_2) / 2T,$$

т. е.

$$n_e \sim \exp[(-I/2T) + (n/n^*)], \quad (10.1a)$$

$$1/n^* = (2mT/\sqrt{\pi q}\hbar^2)^{-1} + (Tr_0/2\pi e^2\alpha)^{-1}. \quad (10.1b)$$

При постоянной подвижности аналогично меняется проводимость  $\sigma = en_e\mu$ .

### Задачи

**10.1.** Пояснить причину экспоненциального роста проводимости ртути и цезия при изотермическом сжатии

$$\text{Hg, } 1820 \text{ K: } \sigma = 10 \cdot 10^{12(n/n_k-1)}, \quad 0,5 < n/n_k < 1,$$

$$\text{Cs, } 2270 \text{ K: } \sigma = 1,0 \cdot 10^{4,3n/n_k}, \quad 0 < n/n_k < 0,8,$$

где  $\sigma$  изменяется в  $(\text{Ом} \cdot \text{см})^{-1}$ ;  $n$  — атомарная плотность;  $n_k$  — плотность вещества в критической точке (см. Приложение 9).

### Решение

Для Cs  $q = 2 \cdot 10^{-13} \text{ см}^2$ ;  $r_0 = 2,6 \text{ \AA}$ ;  $\alpha = 400$  а. е. и согласно (10.1b)  $n^* \approx 1,7 \cdot 10^{20} \text{ см}^{-3}$ . Закон изменения проводимости (10.1a) согласуется с экспериментальным за-

коном, а теоретическое значение  $n^*$  примерно совпадает с экспериментальным значением  $n^* = n_R/4,3$ .

**10.2.** Как связаны между собой рост проводимости и изменение давления при изотермическом сжатии цезия [2] (см. также Приложение 10)?

### Решение

Если увеличение проводимости при изотермическом сжатии плазмы связано с ростом эффективного притяжения электронов и ионов к нейтральным атомам, то при этом (из-за образования вокруг заряженных частиц кластеров нейтральных частиц и, следовательно, из-за частичной иммобилизации этих нейтральных частиц) одновременно должно уменьшаться отношение давления плазмы к давлению идеального газа:

$$\Delta p/nT = -\alpha_i (U_1 + U_2)/T,$$

где  $\alpha_i$  — степень ионизации, связанная с проводимостью соотношением

$$\sigma = e\alpha_i n \mu.$$

**10.3.** Согласно численным расчетам для модели классических точечных ионов на компенсирующем однородном фоне заряда противоположного знака, коэффициент самодиффузии ионов в неидеальной плазме равен \*

$$D = \omega_p a^2 \cdot 2,95 \Gamma^{-1,34}$$

[где  $\omega_p = \sqrt{4\pi n Z^2 e^2 / M}$ ,  $\Gamma = Z^2 e^2 / a T$ ,  $a = \left(\frac{3}{4\pi n}\right)^{1/3}$ ], а вязкость равна

$$\eta = 0,26 M \omega_p n a^2.$$

Оценить вязкость стекла, изохорически нагретого до температуры 1 кэВ.

\* См., например, [3] и цитированную там литературу.

## Решение

Для  $T=1$  кэВ основной вклад в вязкость стекла будут вносить ионы Si, для которых  $Z=12$ – $13$ . Подставив  $n=4 \cdot 10^{22}$ , получим  $\eta=2,8$  пз.

10.4. Найти кривую расслоения плазменной смеси веществ с зарядами  $Z_1$  и  $Z_2$  [4].

## Решение

Заметим, что в плазме с положительными ионами одного сорта и электронами разноименные заряды оказываются ближе друг к другу и полная электростатическая энергия системы зарядов становится отрицательной; запишем ее в приближенном виде

$$-\frac{1}{2} \frac{Z^2 e^2}{a} \frac{N^2}{N_+},$$

где  $Ze$  — заряд иона;  $N_+$  — полное число ионов;  $N$  — число ячеек, на которые мы разбиваем пространство;  $a$  —

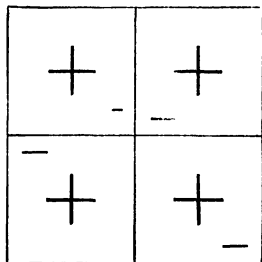


Рис. 10.1

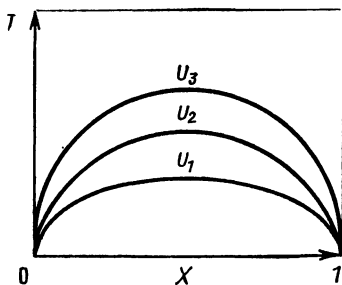


Рис. 10.2

линейный размер ячейки. В случае смеси ионов мы заполняем каждую ячейку ионом сорта 1 или сорта 2 и электроны плазмы считаем «размазанными» по пространству (рис. 10.1). Условие расслоения плазменной смеси

веществ с зарядами  $Z_1e$  и  $Z_2e$  состоит в том, что свободная энергия (учитывается только «перестановочная» энтропия ионов) смеси  $N_1$  ионов сорта 1 и  $N_2$  ионов сорта 2 становится больше суммы свободных энергий системы  $N_1$  ионов сорта 1 и системы  $N_2$  ионов сорта 2:

$$-\frac{e^2}{a} \left\{ \frac{\frac{1}{2} Z_1^2 N_1^2 + \frac{1}{2} Z_2^2 N_2^2 + Z_1 Z_2 N_1 N_2}{N_1 + N_2} \right\} - T \ln \frac{(N_1 + N_2)!}{N_1! N_2!} > -\frac{e^2}{a} \left( \frac{Z_1^2}{2} N_1 + \frac{Z_2^2}{2} N_2 \right).$$

Используя для факториалов формулу Стирлинга и вводя концентрации  $x = N_1 / (N_1 + N_2)$ ,  $1 - x = N_2 / (N_1 + N_2)$ , получаем условие расслоения (рис. 10.2)

$$Ux(1-x) > T \left( x \ln \frac{1}{x} + (1-x) \ln \frac{1}{1-x} \right),$$

где

$$U = (Z_1 - Z_2)^2 e^2 / a.$$

С ростом плотности критическая температура  $T = U / 4 \ln 2$  растет; для водородно-гелиевой плазмы в атмосфере Юпитера  $a \approx 10^{-8}$  см, и критическая температура расслоения на водородную и гелиевую плазму  $T \approx 4$  эВ.

10.5. Объяснить зависимость термо-э. д. с. плотной плазмы Cs от температуры [5] (см. Приложение 11).

### Решение

В области  $p = 120$  атм  $T > 1600^\circ\text{C}$ , при изобарическом нагреве плазмы Cs плотность его падает и взаимодействие электронов и ионов с нейтральными атомами уменьшается. При этом потенциал ионизации  $I$  возрастает быстрее, чем температура плазмы. В результате термо-э. д. с. слабоионизованной плазмы

$$\alpha \approx I / 2T$$

в указанной области при нагреве растет.

**10.6.** Найти первые члены разложения свободной энергии  $F$  единицы объема полностью ионизованной плазмы по плотности  $n$ .

### Решение

Исходим из выражения для свободной энергии  $F$  системы взаимодействующих частиц (см., например, [6]):

$$F = F_0 + \frac{1}{2} \int_0^1 d\lambda \int d\mathbf{x} \sum_{\alpha, \beta} n_\alpha n_\beta V_{\alpha\beta}(\mathbf{x}) K_{\alpha\beta}^{\lambda} \{\mathbf{x}, \lambda V(\mathbf{x})\}. \quad (10.2)$$

Здесь  $F_0$  — свободная энергия идеальной смеси компонентов плазмы, суммирование ведется по различным сортам заряженных частиц;

$$V_{\alpha\beta} = e_\alpha e_\beta / r$$

— кулоновский потенциал взаимодействия.

Используя приближенное выражение для корреляционной функции

$$K_{\alpha\beta} \{\mathbf{x}, V_{\alpha\beta}(\mathbf{x})\} \approx \exp(-U_{\alpha\beta}/T) \approx 1 - U_{\alpha\beta}/T + (1/2)(U_{\alpha\beta}/T)^2,$$

где 
$$U_{\alpha\beta}(r) = (e_\alpha e_\beta / r) \exp(-r/D)$$

— экранированный кулоновский потенциал,

$$D = \sqrt{T / \sum_{\alpha} 4\pi n_{\alpha} e_{\alpha}^2}$$

— дебаевский радиус, получаем

$$F = F_0 - \frac{T}{12\pi D^3} + \frac{\pi}{3} \left( \sum_{\alpha} n_{\alpha} e_{\alpha}^3 \right) \ln \frac{D}{r_0}.$$

Здесь  $r_0$  — некоторое минимальное расстояние, которое приходится вводить при нашем приближенном расчете, чтобы устранить логарифмическую расходимость интеграла в (10.2).

При строгом расчете оказывается, что величина  $r_0$  зависит от температуры, плотности плазмы и структуры термов возбужденных атомов вещества плазмы [7].

## Список литературы

1. Алексеев В. А., Веденов А. А. Об электропроводности плотных паров цезия. — Успехи физ. наук, 1970, т. 102, с. 665.
2. Ветчинин С. П., Коршунов Ю. С. Поведение фактора сжимаемости цезия и ртути в закритической области. — Теплофизика высоких температур, 1971, т. 9, вып. 3, с. 639.
3. Ицкович О. Ю., Кондратенко П. С. Кинетические коэффициенты водородной плазмы. — Физика плазмы, 1978, т. 4, с. 579.
4. Hansen J. P., Vieillefosse P. Equation of state of the two-component plasma. — Phys. Rev. Lett., 1976, v. 37, N 7, p. 391.
5. Alekseev V. A. e. a. The effect of saturation on thermo-emf of caesium at high temperatures and pressures. — High temperature-high pressure, 1975, v. 7, p. 677.
6. Веденов А. А. Термодинамика плазмы. — В кн.: Вопросы теории плазмы. Вып. 1. Под ред. М. А. Леонтовича. М., Госатомиздат, 1963.
7. Веденов А. А., Ларкин А. И. Уравнение состояния плазмы. — Журн. эксперим. и теор. физ., 1959, т. 36, с. 1133.

## ГЛАВА 11

### ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ РАЗРЯДЫ

Классификация разрядов по Брауну [1] приведена в Приложении 12.

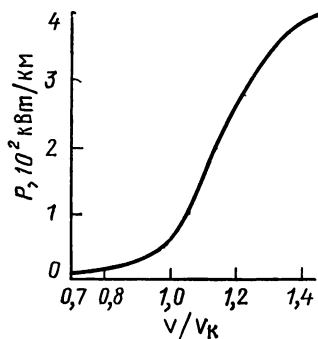


Рис. 11.1

### Задачи

11.1. «Потери на корону»  $P$  в воздушных линиях электропередачи (ЛЭП) резко возрастают (рис. 11.1\*), если напряжение превышает критическое  $V_k$ . Оценить  $V_k$ .

Почему потери в дождь, туман, мокрый снег и при изморози возрастают (на один-два порядка) по сравнению с хорошей погодой [2]?

\* Для линии класса 750 кВ,

## Решение

Величина  $V_K$  определяется равенством

$$V_K = r_0 E_K / 2c$$

( $r_0$  — радиус провода), где для биполярной линии из одиночных проводов

$$c = \left( 2 \ln \frac{D/r_0}{\sqrt{1 + (D/2H)^2}} \right)^{-1};$$

здесь  $D$  — расстояние между проводами,  $H$  — высота линии над землей. Критическое поле на поверхности провода  $E_K = 40\delta$  кВ/см, где  $\delta$  — отношение плотности воздуха к нормальной плотности, равной  $1,29$  г/дм<sup>3</sup>.

Капли дождя и тумана, снежинки, снежные хлопья и льдинки, находящиеся вблизи провода, могут усилить электрическое поле и вызвать «местную корону».

11.2. Оценить напряженность электрического поля радиопомех, связанных со стримерами положительной короны [3], при напряжении, близком к критическому, на расстоянии 100 м от воздушной ЛЭП, в диапазоне 1—10 МГц.

## Решение

При напряжении, близком к критическому, в положительной местной короне возникают стримеры [1—3], в которых электроны с расстояния  $l \approx 10$  см за время  $t \approx \approx 1$  мкс уходят на проводник, оставляя в воздухе положительный заряд  $q \approx 10^9 e$  ( $e$  — заряд электрона). В ближней зоне  $R < ct$  напряженность поля образующегося при этом диполя составляет

$$E_0 \approx ql/R^3 \approx 1 \text{ мкВ/м.}$$

В данной точке складываются случайные поля от  $N \approx \approx ct/l \approx 10^4$  стримеров. Результирующая напряженность поля  $E \approx E_0 N^{1/2}$  составляет  $\sim 100$  мкВ/м.



11.3. Рассчитать вольт-амперную характеристику дуги в цилиндрической трубе [4].

### Решение

Исходя из уравнения теплопроводности

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( kr \frac{dT}{dr} \right) = -\sigma E^2, \quad (11.1)$$

где  $T$  — температура,  $k$  — коэффициент теплопроводности,  $\sigma$  — проводимость,  $E$  — электрическое поле, и вводя переменную,

$$s = \int_0^r kdT,$$

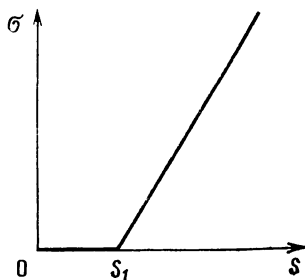


Рис. 11.2

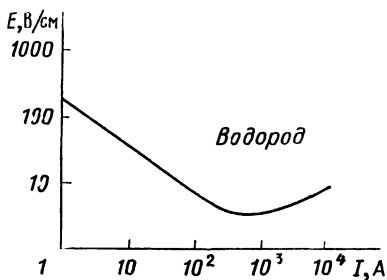


Рис. 11.3

аппроксимируем проводимость  $\sigma$  зависимостью (рис. 11.2)

$$\sigma = \begin{cases} b^2(s - s_1), & s_1 < s < s_2; \\ 0, & s < s_1. \end{cases}$$

При этом из (11.1) получаем

$$\frac{s - s_1}{s_2 - s_1} = \begin{cases} Al_0 (rEb), & rEb < 2,4; \\ B \ln \frac{r}{R} - \frac{s_1}{s_2 - s_1}, & rEb > 2,4, \end{cases}$$

где  $J_0$  — функция Бесселя,  $A, B$  — постоянные,  $\bar{R}$  — радиус трубы и предположено, что на стенке трубы  $T=0$ .

Находя постоянные  $A$  и  $B$  из условий непрерывности  $s$  и  $ds/dr$  при  $r=2,4/Eb$  и вычисляя полный ток через сечение трубы

$$I = E \int_0^R \sigma 2\pi r dr = E \int_0^{2,4/Eb} b^2 A I_0(rEb) 2\pi r dr,$$

получаем ВАХ

$$I = \frac{2\pi s_1}{E \ln\left(\frac{R}{2,4/Eb}\right)}.$$

Для водорода и азота ВАХ\* приведены на рис. 11.3 и 11.4.

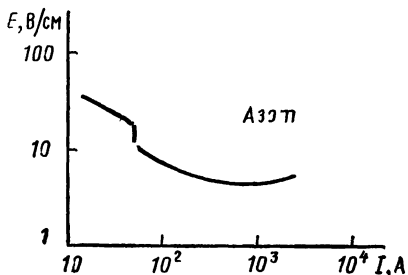


Рис. 11.4

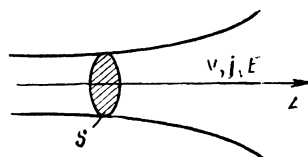


Рис. 11.5

11.4. Каким было бы распределение электрического поля по длине продольно обдуваемой дуги в отсутствие радиального переноса тепла и перемешивания?

### Решение

Исходим из квазиодномерных уравнений непрерывности, баланса тепла, уравнения состояния и закона Ома:

\* При  $R=1$  см.

$$\begin{aligned}
 nvS &= J, \\
 v \frac{dh}{dz} &= \frac{jE}{n}, \\
 p &= nT, \\
 j &= \sigma E, \\
 I &= jS,
 \end{aligned}$$

где  $n$  — плотность;  $v$  — скорость;  $S$  — площадь дуги;  $J$  — поток;  $h$  — энтальпия на один атом вещества;  $z$  — координата вдоль дуги;  $E$  — напряженность электрического поля;  $p$  — давление;  $T$  — температура;  $j$  — плотность тока;  $\sigma$  — проводимость,  $I$  — ток (см. также рис. 11.5). Подставляя выражения для энтальпии

$$h = \frac{\gamma}{\gamma - 1} T$$

и аппроксимируя проводимость степенной функцией температуры

$$\sigma = \sigma_1 (T/T_1)^m$$

(согласно экспериментальным данным [4],  $m=3+4$ ), получаем уравнение для  $T$ :

$$\frac{dT}{dz} = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{I^2 p V}{J^2} \frac{1}{\sigma T},$$

откуда

$$\left( \frac{T}{T_0} \right)^{2+m} - 1 = kz,$$

где

$$k = \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{I p V}{J^2 \sigma_1} \frac{T_1^n}{T_0^{2+m}} (2 + m).$$

Напряженность электрического поля меняется как  $(T_0/T)^{m+1}$ :

$$E \sim (1 + kz)^{-(m+1)/(m+2)}.$$

При  $z \rightarrow \infty$ ,  $m=3$

$$E \sim z^{-4/5}.$$

На опыте [4]

$$E \sim z^{-1/3}.$$

**11.5.** При каких условиях над твердой поверхностью при воздействии сфокусированного излучения  $\text{CO}_2$ -лазера вспыхивает плазменный факел?

### Решение

Если не протекают химические реакции (вносящие или отбирающие значительное количество тепла), факел загорается, когда в отходящих от места фокусировки парах вещества образца электроны, поглощающие излучение, разогреваются до температуры  $T_*$ , при которой становится существенной ионизация паров (значение  $T_*$  при атмосферном давлении для многих веществ составляет несколько тысяч градусов).

Напряженность поля пробоя  $E$  определяется равенством

$$\frac{2kcE^2}{4\pi} t = n_e T_*,$$

где коэффициент поглощения

$$k = \frac{\omega}{c} \operatorname{Im} \sqrt{\varepsilon} = \frac{\omega}{c} \operatorname{Im} \sqrt{1 + \frac{\omega_p^2}{-\omega^2 + i\nu\omega}} \cong \frac{\omega_p^2 \nu}{2\omega^2 c},$$

$\omega$  — частота излучения лазера;  $\omega_p = \sqrt{4\pi n_e e^2 / m}$  — ленгмюровская частота;  $\nu$  — частота столкновений электронов. Время разлета  $t$  приблизительно равно  $d/\nu$ , где  $d$  — диаметр фокального пятна,  $\nu \leq \sqrt{T_*/M}$  — скорость разлета. Поток мощности, необходимый для пробоя,

$$\frac{cE^2}{4\pi} \approx \frac{T_*}{2\lambda r_0} \frac{\omega}{\nu t}, \quad (11.2)$$

где  $r_0 = e^2/mc^2 = 3 \cdot 10^{-13}$  см — классический радиус электрона;  $\lambda = 2\pi c/\omega$  — длина волны лазерного излучения;  $\nu$  — частота столкновений электронов. Для давлений порядка атмосферного при  $\omega = 10^{14}$  с $^{-1}$ ,  $\nu = 10^{10}$  с $^{-1}$ ,  $t = 10^{-6}$  с,  $T_* = 1$  эВ из (11.2) получаем

$$\frac{cE^2}{4\pi} = 10 \text{ МВт/см}^2$$

в соответствии с экспериментом.

**11.6.** Оценить характерную мощность полярных сияний [6]. Чем определяются их цвета?

### Решение

Удельная мощность наиболее ярких полярных сияний (IV балла) составляет  $10^6$  рэлей, т. е.  $10^{12}$  квантов/(см $^2 \cdot$  с) (с длиной волны зеленой линии атомарного кислорода  $5577 \text{ \AA}$ ), и примерно соответствует потоку мощности солнечного ветра  $\sim 1$  эрг/(см $^2 \cdot$  с). Помимо зеленой линии  $5577 \text{ \AA}$  (метастабильное состояние с временем жизни 0,74 с) наиболее яркими в сияниях являются красный дублет  $6300\text{—}6364 \text{ \AA}$  (время жизни 110 с) атомарного кислорода и фиолетовая полоса  $3914 \text{ \AA}$  ионизованного азота.

**11.7.** Какая площадь  $S$  катода в неоновом световом индикаторе тлеющего разряда [5] необходима, чтобы обеспечить при минимальном напряжении ток  $I = 10$  мА? Давление  $p = 30$  мм рт. ст., катод железный.

### Решение

Нормальная плотность тока, отнесенная к квадрату давления, для неона и железного катода  $j/p^2 = 6$  мкА/[см $^2 \cdot$  (мм рт. ст.) $^2$ ] (см. Приложение 13). Необходимая площадь составляет  $S = I/j = 2$  см $^2$ .

11.8. Как меняется ВАХ тлеющего разряда в зависимости от скорости протекания газа мимо электродов [8]? При воздействии пучка заряженных частиц? Ультрафиолетовых лучей?

### Решение

С ростом скорости течения газа мимо электродов разрядной камеры увеличивается скорость гибели плазмы (в результате рекомбинации в области слабого электрического поля вдали от электродов, а также в результате турбулентной диффузии плазмы на стенки камеры при большой скорости течения). В стационарных усло-

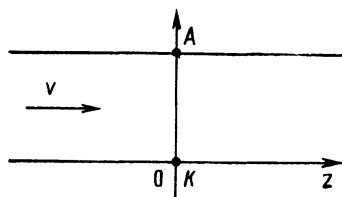


Рис. 11.6

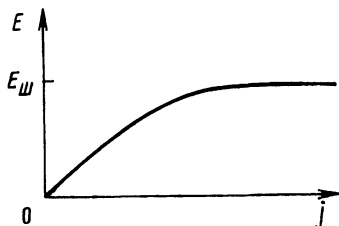


Рис. 11.7

виях это приводит к увеличению и скорости рождения плазмы в результате ионизации, т. е. (в условиях тлеющего разряда) к увеличению напряженности электрического поля при заданном токе.

Для простой модели, в которой плазма в потоке газа рождается при ионизации только в плоскости анод — катод  $AK$  (рис. 11.6) и погибает за время  $\tau$ , для плотности плазмы  $n$  имеем

$$-Dd^2n/dz^2 + vdn/dz + n/\tau = A(E)n\delta(z), \quad (11.3)$$

где  $A(E)$  — величина, пропорциональная скорости ионизации и растущая с  $E$ . Решение этого уравнения имеет

вид

$$\begin{aligned}n_- &= C \exp(k_1 z), \quad z < 0; \\n_+ &= C \exp(k_2 z), \quad z > 0,\end{aligned}$$

где  $C$  — постоянная, а

$$k_{1,2} = \frac{v}{2D} \pm \sqrt{\frac{v^2}{4D^2} + \frac{1}{D\tau}}.$$

Интегрируя уравнение (11.3) по  $z$  от  $z=0$  до  $z \pm \infty$ , получаем граничное условие, связывающее  $n_-$  и  $n_+$ :

$$-D \left( \frac{dn_+}{dz} - \frac{dn_-}{dz} \right)_{z=0} = A(E),$$

т. е.

$$-D(k_2 - k_1) = A(E).$$

Подставляя  $k_{1,2}$ , находим электрическое поле Шоттки  $E_{\text{ш}}$ :

$$A(E_{\text{ш}}) = \sqrt{v^2 + 4D/\tau}.$$

Пучок быстрых заряженных частиц (электроны или протоны с энергией порядка 0,1—1 МэВ) и ультрафиолетовое излучение — это внешние источники ионизации. Теория Шоттки становится здесь неприменимой, и уравнение баланса плотности плазмы принимает вид

$$\frac{n}{\tau} = A_1(E)n + B,$$

где  $A_1(E)$  — скорость ионизации;  $B$  — плотность ионизации внешним источником;  $1/\tau$  — скорость гибели плазмы из-за диффузии, рекомбинации и др. Вольт-амперная характеристика  $j = en\mu E$  ( $\mu$  — подвижность) линейна при малых  $E$  (когда  $A_1 \rightarrow 0$  и  $n \rightarrow B\tau$ ) и выходит на насыщение при  $j \rightarrow \infty$ :  $E \rightarrow E_{\text{ш}}$  (рис. 11.7).

**11.9.** Какое напряжение  $V$  необходимо для возникновения искры в автомобильной запальной свече (зазор между электродами 1 мм)? Какая энергия необходима для инициирования вспышки?

## Решение

Условие пробоя между двумя плоскостями, находящимися на расстоянии  $d$ , имеет вид

$$\alpha d = \ln(1/\gamma),$$

где коэффициент ионизации  $\alpha$  часто описывают полуэмпирической формулой (см., например, [1] и Приложение 15):

$$\alpha = A p \exp\left(-\frac{B}{E/p}\right)$$

[для воздуха  $A=15$  1/(см·мм рт. ст.),  $B=365$  В/(см·мм рт. ст.)], а так называемый второй коэффициент Таунсенда  $\gamma \cong 10^{-2}$ . Зависимость напряжения пробоя от давления

$$V = Ed = pd \frac{B}{\ln [pd/(pd)_k]},$$

где  $(pd)_k = \frac{1}{A} \ln \frac{1}{\gamma} \cong 0,3$  см·мм рт. ст., хорошо совпадает с экспериментальной (см. Приложение 25). При

$p=1$  атм,  $d=1$  мм для воздуха получаем  $V=4$  кВ.

11.10. Как возникает в воздухе цепочка светящихся плазменных шаров при фокусировке светового импульса  $\text{CO}_2$ -лазера?

## Решение

Первый светящийся плазменный шар возникает в результате пробоя в фокусе системы. Лазерная волна, отраженная от этого шара, фокусируется в точке, лежащей между ним и лазером, и вызывает в этой точке пробой, сопровождающийся появлением второго светящегося плазменного шара, и т. д.

11.11. Оценить оптимальную частоту ВЧ-пробоя в воздухе при давлении  $p=10^{-3}$  атм и характерном размере области действия поля  $L=1$  м [7].



## Решение

Напряженность поля, необходимая для СВЧ-пробоя, приближенно равна наибольшей из двух величин: напряженности при больших давлениях  $E_1$  (правая ветвь кривой Пашена)

$$E_1 = 10p$$

и напряженности при малых давлениях  $E_2$  (пробой, определяемый диффузией электронов из области действия поля).

Значение напряженности поля пробоя  $E_2$  находится из равенства времени диффузионного ухода электрона

$$t_1 = L^2/D,$$

где  $D = T/mv$  — коэффициент диффузии ( $T$  — температура электронов,  $v = 4 \cdot 10^9 p$  — частота столкновений электронов, причем  $v$  измеряется в  $\text{с}^{-1}$ ,  $p$  — в мм рт. ст.) и времени  $t_2$  набора электроном в поле энергии, необходимой для ионизации, примерно равной  $T = 0,3I$  ( $I/e \approx \approx 15$  В — потенциал ионизации азота):

$$t_2 = T / (e^2 E^2 v / m \omega^2).$$

Приравнивая  $t_1$  и  $t_2$ , получаем

$$E_2 = \frac{T\omega}{vLe},$$

или

$$E_2 = \frac{300}{L\lambda p},$$

где  $E$  измеряется в В/см,  $L$ ,  $\lambda$  — в см,  $p$  — в мм рт. ст. Оптимальная длина волны  $\lambda$  определяется условием  $E_1 \geq E_2$ , откуда  $\lambda \geq 1$  см.

11.12. Оценить эффективность электрофльтрации аэрозоля с помощью коронного разряда. То же для тлеющего разряда.

## Решение

Отношение концентраций частиц аэрозоля на выходе  $n_2$  и на входе  $n_1$  цилиндрической трубы (с осевым оттал-

квивающим частицы проводом) длиной  $L$  и радиусом  $R$  равно\*

$$n_2/n_1 = \exp\left(-\frac{2v_{\perp}}{v_{\parallel}} \frac{L}{R}\right), \quad (11.4)$$

где  $v_{\parallel}$  — скорость газа в трубе,

$$v_{\perp} = qE/6\pi\eta a$$

— радиальная скорость частицы аэрозоля с зарядом  $q$  и радиусом  $a$  в электрическом поле электрофилтра  $E$  ( $\eta$  — вязкость газа).

Заряд частицы аэрозоля  $q$  в униполярной короне определяется (для достаточно крупных частиц,  $a > 10^{-4}$  см [9]) равенством притягивающего ионы электрического поля  $E_1$ , которое возникает вблизи частицы в результате ее поляризации в поле короны  $E$ :

$$E_1 = E(1 + 2(\epsilon - 1)/(\epsilon + 2)),$$

и отталкивающего ионы электрического поля  $E_2$  зарядов, осевших на частице:

$$E_2 = q/a^2.$$

В тлеющем разряде наблюдается зарядение частиц аэрозоля зарядами обоих знаков — отрицательным [10] при захвате электронов разряда пылинками аэрозоля и положительным [11] при захвате пылинками положительных ионов или при ионизации пылинок в разряде очень низкого давления.

### Список литературы

1. Браун С. Элементарные процессы в плазме газового разряда. Пер. с англ. М., Госатомиздат, 1961.
2. Александров Г. В. Сверхвысокое напряжение. М., Энергия, 1973.

---

\* Потери частиц аэрозоля на стенку трубы описываются уравнением  $v_{\parallel} \pi R^2 dn/dx = -2\pi R v_{\perp} n$  (где  $x$  — координата вдоль оси трубы), интегрирование которого приводит к (11.4).

3. Петер Г. Электронные лавины и пробой в газах. Пер. с англ. М., Мир, 1968.
4. Жуков М. Ф., Смоляков В. Я., Урюков Б. А. Электродуговые нагреватели газа (плазматроны). М., Наука, 1973.
5. Каганов И. Л. Ионные приборы. М., Энергия, 1972.
6. Омхольт А. Полярные сияния. Пер. с англ. М., Мир, 1974.
7. Мак-Доналд А. Сверхвысокочастотный пробой в газах. Пер. с англ. М., Мир, 1969.
8. Баранов В. Ю., Веденов А. А., Низьев В. Г. Разряд в потоке газа. — Теплофизика высоких температур, 1972, т. 10, с. 1156.
9. Шнейерсон Б., Егоров Н. Электрическая очистка газов. М.—Л., Госхимтехиздат, 1933.
10. Emeleus K. G., Breslin A. C. Notes on the effects of dust in positive columns. — Int. J. Electronics, 1970, v. 29, p. 1—19.
11. Щуров А. Н. и др. Заряд дисперсных полимерных частиц в тлеющем разряде. — Журн. физ. химии, 1979, т. 53, с. 930.

## ГЛАВА 12

### ЭЛЕКТРОННЫЕ И ИОННЫЕ ПУЧКИ

#### Задачи

12.1. Оценить радиальные электрические поля, возникающие при нейтрализации ионного пучка электронами [1, 2].

#### Решение

При нейтрализации ионного пучка электронами возможны различные случаи. Если, например, пучок нейтрален по всему сечению, за исключением периферии, то на краю пучка возникает скачок потенциала  $T_e/e$ , сосредоточенный в дебаевском радиусе  $R_D$ . Если же пучок имеет «ионную сердцевину» с «электронной шубой», то из условия гидродинамического равновесия для электронов и закона Пуассона

$$-(\nabla n T_e) + neE = 0, \quad ne = (\nabla E) / 4\pi,$$

$$n T_e = E^2 / 8\pi$$

(где  $n$  и  $T_e$  — плотность и температура электронов,  $E$  —

электрическое поле) получаем радиальную разность потенциалов  $\varphi$  для пучка диаметром  $2R$ :

$$\varphi \approx RE \approx (8\pi n T_e R^2)^{1/2} \approx (IT_e/ev),$$

где  $I$ —ток ионного пучка,  $v$ —продольная скорость электронов и ионов.

**12.2.** Найти форму траекторий электронов стационарного электронного пучка, распространяющегося в газе.

### Решение

При торможении пучка происходит ионизация и нагрев газа. В результате создается радиальное электрическое поле, оказывающее на электроны пучка фокусирующее действие. Считая это электрическое поле равным

$$E = \frac{I}{2T} \frac{\nabla T}{e},$$

где  $I$ —потенциал ионизации,  $T$ —температура газа (предполагаем, что газ частично однократно ионизован), записываем уравнение баланса тепла (радиальный поток тепла, обусловленный теплопроводностью, молекулярной, лучистой и турбулентной, равен тепловыделению в газе от торможения пучка)

$$\nabla k \nabla T = \alpha W,$$

где  $W$ —плотность потока энергии пучка;  $k$ —коэффициент теплопроводности;  $\alpha = \frac{1}{E} \frac{dE}{d\xi} \rho$ —относительные потери электронов пучка на единицу длины пути ( $\rho = mp/T$ ,  $m$ —масса молекулы газа,  $p$ —давление газа; потери  $dE/d\xi$  приведены в табл. 12.1 [3]).

Таблица 12.1

| $E$ , МэВ  | 0,01 | 0,1  | 1    | 10   |
|--|------|------|------|------|
| $-\frac{dE}{d\xi}$ ,<br>МэВ·г <sup>-1</sup> ·см <sup>2</sup> | 19,5 | 3,67 | 1,69 | 1,95 |

Для оценки длины фокусировки считаем  $k = \text{const}$ . Тогда уравнение движения электрона, находящегося на краю (плоского) пучка, имеет вид

$$d^2x/dt^2 = -\Omega^2 x,$$

т. е.

$$x = x_0 \cos \Omega t,$$

где

$$\Omega = \left( \frac{1}{m} \frac{I}{2T} \frac{\alpha W}{k} \right)^{1/2}.$$

Длина фокусировки равна  $v/\Omega$ ,  $v$  — скорость пучка

**12.3.** Оценить КПД эрозионного импульсного двигателя спутника на фторопласте  $[-\text{CF}_2-\text{CF}_2]_n$  при средней скорости истечения плазмы  $v = 3,2$  км/с [1].

### Решение

В условиях полной диссоциации кинетическая энергия, приходящаяся на один атом, равна

$$E_1 = \frac{v^2}{2} \frac{m_{\text{C}} + 2m_{\text{F}}}{3} = 0,6 \text{ эВ}.$$

Учитывая, что энергии связей С—С и С—F равны  $E_2 = 83$  и  $E_3 = 105$  ккал/моль, находим КПД:

$$\frac{E_1}{(E_2 + 2E_3)/3} \cong 13\%$$

В действительности КПД несколько меньше (кинетическая энергия составляет 5% вложенной в плазму электрической энергии) из-за потерь на ионизацию и нагрев электронов и газа.

**12.4.** Оценить энергию ионов, ускоренных электронным пучком (ток 10 кА, напряжение 1 МВ), проходящим через вакуумную камеру [4].

### Решение

Проходя через камеру, электронный пучок создает пространственный заряд, такой, что его поле останавли-

вает электроны пучка. В поле этого пространственного заряда ионы ускоряются до энергии  $(0,5-1,5)E$  в зависимости от соотношения между диаметрами пучка и камеры [4].

12.5. Оценить распывание в поперечном направлении ионного пучка, проходящего через газ.

### Решение

При торможении пучка в газе происходит ионизация газа и нагрев электронов плазмы. В результате создается электрическое поле, оказывающее на ионы пучка дефокусирующее действие. Аналогично задаче 12.2 находим, что длина дефокусировки равна

$$v / \sqrt{\frac{1}{M} \frac{1}{2T} \frac{\beta W}{k}},$$

где  $M$  — масса иона пучка,  $I$  — потенциал ионизации газа,  $T$  — температура,  $W$  — плотность мощности пучка,  $k$  — теплопроводность газа,  $\beta$  — относительные потери энергии ионов пучка в газе на единицу длины пути (см. Приложение 20).

### Список литературы

1. Гришин С. Д., Лесков Л. В., Козлов Н. П. Электрические ракетные двигатели. М., Машиностроение, 1975.
2. Габович М. Д. Ионно-пучковая плазма и распространение интенсивных компенсированных ионных пучков. — Успехи физ. наук, 1977, т. 121, с. 259.
3. Ферми Э. Ядерная физика. Пер. с англ. М., Изд-во иностр. лит., 1951.
4. Straw D. C., Miller R. B. Observation of collective ion acceleration with drifting intense relativistic electron beams. — J. Appl. Phys., 1976, v. 47, p. 1897.

## ПЛАЗМА В КОСМОСЕ

В Солнечной системе плазма порождается либо солнечным ветром, истекающим из Солнца и обтекающим планеты, либо ионизацией планетных атмосфер солнечным корпускулярным, УФ- либо рентгеновским излучением.

### Задачи

13.1. Найти зависимость концентрации плазмы в  $D$ -слое ионосферы Земли от высоты, если поток рентгеновского ( $\lambda < 100 \text{ \AA}$ ) и корпускулярного излучений от Солнца  $I_\infty = 0,1 \text{ эрг}/(\text{см}^2 \cdot \text{с})$ , температура  $T = 100 \text{ К}$ , коэффициент рекомбинации  $\alpha = 10^{-7} \text{ см}^3/\text{с}$ , сечение поглощения излучения  $\sigma_a = 10^{-19} \text{ см}^2$  [1]. С какими процессами связано существование слоев  $E$  (110 км),  $F_1$  (160 км),  $F_2$  (300 км)? Оценить параметры слоя  $F_1$  на Марсе и Венере. То же для Юпитера.

### Решение

К  $D$ -слою (ионизирующее излучение — рентгеновское с  $\lambda < 100 \text{ \AA}$  и лаймановская линия  $L_\alpha = 1216 \text{ \AA}$ ) обычно применяется модель чепменовского слоя, в которой скорость ионообразования (молекулярные ионы)

$$q = \sigma_i n(z) \Phi_\infty \exp(-\tau),$$

$$\tau = \sigma_a \int_z^\infty n(z') dz' / \cos \chi$$

(где  $\sigma_i$  — сечение ионизации;  $n$  — плотность нейтральных молекул;  $\Phi_\infty$  — эквивалентный поток квантов;  $\chi$  — угол

\*

$$\tau n_0 \sigma_a \int_z^\infty \exp(-z'/H) dz' = n_0 \sigma_a H \exp(-z/H);$$

$$N^2 \exp(-z/H) \exp[-n_0 \sigma_a H \exp(-z/H)] = (n_0 \sigma_a H)^{-1} \tau \exp(-\tau).$$

между направлением на Солнце и зенитом) уравновешивается диссоциативной рекомбинацией:

$$q = \alpha N^2$$

( $N$  — плотность электронов). Максимум концентрации плазмы (рис. 13.1) в чепменовском слое совпадает с максимумом ионообразования и лежит при  $z^*$ , таком, что оптическая толщина  $\tau = 1^*$ . Для  $D$ -слоя это соответствует полному числу молекул поглощающего компонента в столбе площадью  $1 \text{ см}^2$   $\mathcal{N} \approx 10^{20} \text{ см}^{-2}$ , высоте  $z^* \approx 80 \text{ км}$  и  $N_{\text{макс}} = 10^3 \text{ см}^{-3}$ .

Для  $E$ -слоя (источник ионизации — рентгеновское излучение с  $\lambda = 10 \div 100 \text{ \AA}$  и лаймановская линия  $L_{\beta} = 1026 \text{ \AA}$ ) применяется модель чепменовского слоя с  $\mathcal{N} \approx 10^{19} \text{ см}^{-2}$ . Здесь  $z^* \approx 110 \text{ км}$ , ионы — молекулярные,  $N_{\text{макс}} \approx 10^5 \text{ см}^{-3}$ .

$F_1$ -слой: ионизует УФ-излучение,  $\mathcal{N} \approx 10^{17} \text{ см}^{-2}$ ,  $z^* = 150 \text{ км}$ ,  $N_{\text{макс}} = 10^5 \text{ см}^{-3}$ , слой чепменовский.

К  $F_2$ -слою, состоящему из атомарных ионов, применяют модель слоя Бредбери, в которой ионизация уравновешивается перезарядкой

$$q = kn(z)N.$$

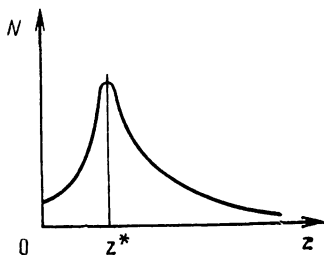


Рис. 13.1

Максимум концентрации плазмы в модели Бредбери лежит выше максимума ионообразования и определяется примерным равенством скоростей перезарядки и диффузии. Для  $F_2$ -слоя максимум ионообразования (ионизация УФ-излучением) лежит в  $F_1$ -слое, а максимум концентрации плазмы — на высоте  $300 \text{ км}$ ,  $N_{\text{макс}} \approx 10^6 \text{ см}^{-3}$ .



Для Марса основной ионосферный слой — чепменовский  $F_1$ -слой, состоящий из  $\text{CO}_2^+$ ,  $z^* = 100 \div 150$  км,  $N_{\text{макс}} \approx 10^5 \text{ см}^{-3}$  (давление на поверхности  $p_s = 5 \cdot 10^{-3}$  атм,  $T_s = 250$  К).

Для Венеры аналогично:  $\text{CO}_2^+$ ,  $z^* = 140$  км,  $N_{\text{макс}} = 5 \cdot 10^5 \text{ см}^{-3}$  ( $p_s = 10^2$  атм,  $T_s = 750$  К).

**13.2.** Найти соотношение между температурой и тяготением, при выполнении которого осуществляется сверхзвуковой режим истечения солнечного ветра. Оценить угол  $\psi$  между «вмороженным» в плазму солнечного ветра магнитным полем  $\mathbf{H}$  Солнца и направлением на Землю (на орбите Земли). Оценить величину потока вещества в солнечном ветре на орбите Земли [2].

### Решение

В изотермическом случае (реализующемся при высокой теплопроводности в солнечной короне) для ускорения дозвукового потока нужно, чтобы падение плотности  $n$  в поле тяжести Солнца, согласно барометрической формуле, было достаточно быстрым — тогда при стационарном течении даже в резко расширяющемся «сопле» (сечение которого  $S$  растет пропорционально квадрату расстояния  $R$  от Солнца) вследствие сохранения потока  $nSv$  вещества скорость  $v$  будет расти. Таким образом, логарифмическая производная плотности

$$R \frac{d}{dR} (\ln n) = R \frac{d}{dR} \left( \frac{GmM_{\odot}}{RT} \right),$$

будучи отрицательной, должна по модулю превышать величину

$$R \frac{d \ln S}{dR} = 2,$$

т. е. сверхзвуковое истечение осуществляется, если

$$\left| R \frac{d}{dR} \frac{GmM_{\odot}}{RT} \right| > 2.$$

Здесь  $G$  — гравитационная постоянная,  $m$  — масса молекулы газа в потоке,  $M_{\odot}$  — масса Солнца,  $T$  — температура. Угол  $\psi$  определяется равенством (рис. 13.2)

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{r - r_0}{v} \Omega; \quad \psi \approx 45^\circ,$$

где  $\Omega$  — угловая скорость вращения Солнца.

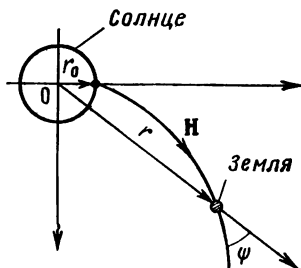


Рис. 13.2

**13.3.** Какова форма дневного каспа (см., например, [6]) земной магнитосферы? Чем обусловлена конвекция в магнитосфере? Чем обусловлена структура магнитного поля в нейтральном слое с ночной стороны магнитосферы?

### Решение

Вблизи линии, на которой расщепляется поток силовых линий магнитного поля, подходящий к идеально проводящей поверхности плазмы солнечного ветра (обтекающей магнитосферу), не может быть плоской поверхности раздела (рис. 13.3,а), так как вблизи этой линии магнитное давление обращалось бы в нуль. Под действием давления идеально проводящей плазмы ветра поверхность раздела «прогибается» и принимает вид, показанный на рис. 13.3,б. Если внутри каспа идеально прово-



Рис. 13.3

дующая плазма покоится, то из уравнений магнитостатики и уравнений равновесия получаем [3]

$$B_\rho = \frac{\partial A_z}{\rho \partial \varphi} = \cos \varphi + 2\rho \cos 2\varphi + \frac{3}{2} \rho^{1/2} \cos \frac{3}{2} \varphi + \dots,$$

$$B_\varphi = \frac{\partial A_z}{\partial \rho} = \sin \varphi + 2\rho \sin 2\varphi + \frac{3}{2} \rho^{1/2} \sin \frac{3}{2} \varphi + \dots$$

Обтекающий магнитосферу солнечный ветер при наличии внутри магнитосферы небольшого количества плазмы из-за неустойчивости образующегося тангенциального разрыва [4] вовлекает плазму в движение со скоростью  $v_+$  поперек силовых линий магнитного поля  $H$ .

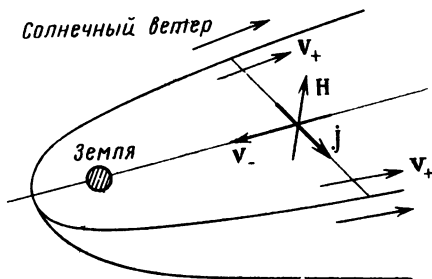


Рис. 13.4

Пондеромоторная сила, тормозящая движение этой плазмы на границе магнитосферы, может вызвать обратное движение плазмы со скоростью  $v_-$  в центральной части магнитосферы (рис. 13.4).

Пондеромоторная сила, вызывающая торможение плазмы на границе магнитосферы, связана с наличием тока плотностью  $\mathbf{j} \sim \mathbf{v} \times \mathbf{B}$ , сконцентрированного в эква-

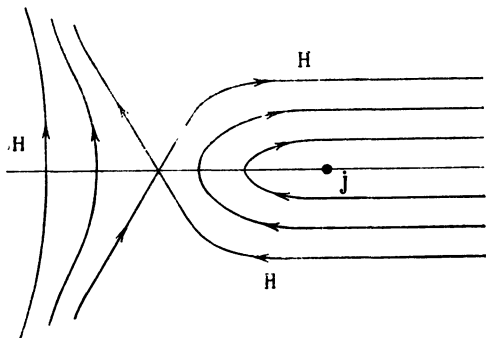


Рис. 13.5

ториальной плоскости магнитосферы. Магнитное поле этого тока может создавать в магнитосфере нейтральный слой с антипараллельной структурой силовых линий (рис. 13.5).

**13.4.** Можно ли объяснить слабую зависимость коэффициента диффузии космических лучей  $D$  от энергии  $E$  [5]

$$D \sim E^\mu, \mu < 0,4$$

(при изменении  $E$  в пределах от 1 до  $10^6$  ГэВ/нуклон) взаимодействием с плазменными волнами Галактики:

1) при соблюдении условия излучения — поглощения на циклотронном резонансе;

2) при соблюдении условия черенковского излучения — поглощения?

## Решение

При излучении — поглощении плазменных волн ультрарелятивистскими частицами космических лучей на циклотронном резонансе в случае, когда фазовая скорость плазменных МГД-волн значительно меньше скорости света, заряженная частица с энергией  $E = cp$  ( $p$  — импульс частицы) резонансно взаимодействует с пульсациями в плазме, имеющими волновое число

$$k = ZeH/cp$$

( $H$  — магнитное поле,  $Ze$  — заряд частицы), и коэффициент диффузии

$$D \approx c^2/\nu, \quad \nu \approx (ceH/E) (Mc/p) (kW_k/H^2).$$

Таким образом, слабая зависимость  $D \sim E^\mu$  ( $\mu < 0,4$ ) может быть связана с определенным видом спектральной плотности энергии пульсаций

$$W_k \sim 1/k^{2-\mu}.$$

При черенковском излучении — поглощении МГД-волн, свистов (вистлеров) и ленгмюровских волн зависимость  $D(E)$  получается слишком сильной:  $D \sim E^2$ .

## Список литературы

1. Бауэр З. Физика планетных ионосфер. Пер. с англ. М., Мир, 1976.
2. Брандт Дж. Солнечный ветер. Пер. с англ. М., Мир, 1973.
3. Морозов А. И., Соловьев Л. С. В кн.: Вопросы теории плазмы. Вып. 2. Под ред. М. А. Леонтовича. М., Атомиздат, 1964, с. 3.
4. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. М., Физматгиз, 1964.
5. Гинзбург В. Л., Птускин В. С. О происхождении космических лучей. — Успехи физ. наук, 1975, т. 117, с. 585.
6. Физика космоса. Под ред. проф. С. Б. Пикельнера. М., Советская энциклопедия, 1976.

## ГЛАВА 14

### ПЛАЗМОХИМИЯ

Для расчета скоростей протекания химических реакций в слабоионизованной плазме нужно знать электронную функцию распределения (для грубой оценки — электронную температуру  $T_e$ ) и функцию распределения молекул по энергии в каждой из колебательных мод.

Оценить электронную температуру можно по формуле

$$\frac{T_e}{T} \cong \frac{e}{\sigma V \lambda} \frac{E}{p},$$

где  $\lambda$  — доля энергии, теряемой электроном при соударении (для упругих соударений электрона массой  $m$  с молекулой массой  $M$   $\lambda \cong m/M$ , для столкновений с возбуждением колебаний частоты  $\omega$   $\lambda \cong \hbar \omega / T_e$ );  $\sigma$  — сечение столкновений электрон — нейтральная частица;  $T$  — температура газа. Экспериментальные значения  $T_e$  и экспериментальные и расчетные значения функций распределения электронов приведены соответственно в Приложениях 18 и 21.

Колебательную температуру  $T_V$  можно оценить с помощью соотношения

$$T_V = T + \tau (dT/dt)_0,$$

где  $\tau$  — время  $V$ — $T$ -релаксации;  $(dT/dt)_0$  — скорость нагрева колебательных степеней свободы молекулы внешним источником (соударениями с горячим электронным газом, поглощением лазерного излучения и др.).

### Задача

14.1. Оценить степень разложения углекислого газа и воды под действием электронного или ионного пучка. Оценить энергетические затраты для реакции  $\text{CO}_2 \rightarrow \text{CO} + (1/2)\text{O}_2$ . То же в электрическом разряде.

## Решение

При прохождении через газ электронного или ионного пучка или осколков деления ядер их кинетическая энергия идет на ионизацию газа\*.

Средняя энергия, которую необходимо затратить на образование электрон-ионной пары в веществе (так называемая «цена электрона»), составляет  $E_1 \approx 30$  эВ [1]; кинетической энергии электрона  $E_1 - I \approx 17$  эВ ( $I \approx 13$  эВ — энергия ионизации  $\text{CO}_2$ ) достаточно для последовательной диссоциации двух молекул углекислого газа:  $\text{CO}_2 \rightarrow \text{CO} + \text{O}$  (энергия диссоциации  $E_d \approx 7,5$  эВ).

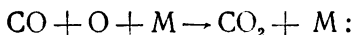
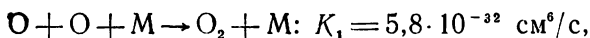
При диссоциативной рекомбинации электрона с ионом  $\text{CO}_2^+$  образуется еще одна молекула  $\text{CO}$ ; выход реакции разложения (число диссоциированных молекул на 1 эВ поглощенной энергии) составит [1]

$$G = \left(1 + \frac{E_1 - I}{E_d}\right) / E_1 = 0,1 \text{ эВ}^{-1}.$$

Для  $\text{H}_2\text{O}$  ( $I \approx 12,6$  эВ,  $E_d \approx 7$  эВ для реакции  $\text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{H} + \text{OH}$ ) аналогично получаем

$$G = 0,11 \text{ эВ}^{-1}.$$

Скорости рекомбинации равны [2]



$$\begin{cases} K_2 = 3,6 \cdot 10^{-33} \text{ см}^6/\text{с}, \text{ M} = \text{O}_2, \\ K_2 = 6,2 \cdot 10^{-36} \text{ см}^6/\text{с}, \text{ M} = \text{CO}_2, \end{cases}$$

---

\* Для ионов средней массы ( $A=100$ ) при потенциале ионизации  $I=10$  эВ ионизационных потерь нет при энергии, меньшей  $\sim (M/m)AI \approx 2$  МэВ.

так что степень разложения (если она мала) равна произведению поглощенной в газе энергии и выхода реакции  $G$ , отнесенного к исходному количеству газа.

В электрическом разряде эффективность процесса диссоциации электронным ударом растет с увеличением  $E/p$  из-за роста доли энергичных электронов. Для оценки эффективности диссоциации электронную функцию распределения в  $\text{CO}_2$  в электрическом поле в соответствии с расчетами на ЭВМ [3] будем описывать бoльцмановской функцией

$$fd\varepsilon = (2\pi T)^{-3/2} \exp(-\varepsilon/T_e) \sqrt{\varepsilon} d\varepsilon,$$

где\*

$$T_e = \frac{E/N}{3,5 \cdot 10^{-16}}$$

( $T_e$  измеряется в эВ,  $E/N$  — в В/см<sup>2</sup>). Тогда, используя сечение диссоциации  $\text{CO}_2$  электронным ударом [4], получаем константу диссоциации

$$k_e = \int V \sigma f d\varepsilon = 2 \cdot 10^{-10} \exp(-7,5/T_e + 3,75)$$

( $k_e$  измеряется в см<sup>3</sup>/с,  $T_e$  — в эВ) в соответствии с экспериментом [4]. Эффективность диссоциации  $\eta'$  равна

$$\eta' = \frac{7,5 k_e n_e n_{\text{CO}_2}}{e n_e \mu_e E^2} = 0,15 \frac{\exp[-3,75(2/T_e - 1)]}{T_e^2/4}$$

(где  $\mu_e \rho = 0,8 \cdot 10^5$  см<sup>2</sup>·мм рт. ст./ (В·с),  $T_e$  измеряется в эВ) и достигает при  $T_e = 3,75$  эВ максимального значе-

\* Эта оценка электронной температуры соответствует относительной потере энергии  $\Delta\varepsilon/\varepsilon \cong \hbar\omega/T_e \cong 0,1$  ( $\hbar\omega$  — энергия колебательного кванта):

$$T_e \cong \sqrt{\varepsilon/\Delta\varepsilon} E l,$$

$l$  — длина свободного пробега.



ния 0,75\*. Полная эффективность  $\eta = (5,5/7,5)\eta'$  (5,5 эВ—энергия разрыва связи O—CO).

При высокой колебательной температуре  $T_V$  скорость диссоциации CO<sub>2</sub> вследствие соударений молекул, возбужденных электронными ударами, можно оценить по формуле [4]

$$K = K_0 \exp(-E_d/T_V).$$

Зависимость  $T_V$  от  $E/p$  можно записать в виде

$$T_V = P\tau_{VT}/n_{CO_2},$$

где  $P$  — плотность мощности, поглощенной колебательными степенями свободы CO<sub>2</sub>. Учитывая, что время  $V$ — $T$ -релаксации в CO<sub>2</sub> равно [5]

$$\tau_{VT} = 1/n_{CO_2}W, \quad W = 1,6 \cdot 10^{-11} \exp(-72/T^{1/3})$$

( $T$ —в К), получаем оценку эффективности диссоциации  $\eta$  в случае, когда преобладает диссоциация CO<sub>2</sub> при столкновениях колебательно-возбужденных молекул:

$$\frac{1}{\eta} = 1 + \frac{n_{CO_2}T_V/\tau_{VT}}{E_dKn^2_{CO_2}}.$$

### Список литературы

1. Пикаев А. К. Импульсный радиолиз воды и водных растворов. М., Наука, 1965.
2. Кондратьев В. Н. Константы скорости газофазных реакций. М., Наука, 1971; Кондратьев В. Н. Сообщения по кинетике и катализу, 1979, т. 1, с. 7.
3. Александров Н. Л., Кончаков А. М., Сон Э. Е. Функция распределения электронов и кинетические коэффициенты азотной плазмы. — Физика плазмы, 1978, т. 4, с. 169.
4. Capazzuto P. e. a. Contribution of vibrational excitation to the rate of carbon dioxide dissociation in electrical discharge. — J.

\* При столь высоких значениях  $E/p$  нужно, однако, уже учитывать потери на ионизацию.

- Chem. Phys., 1976, v. 80, p. 882; Легасов В. А. и др. — В кн.: III Международный симпозиум по плазмохимии. Лимож, Франция, 1977, т. 2, с. 6.5.18.
5. Гордиец Б. Ф. и др. Колебательная релаксация в газах и молекулярные лазеры. — Успехи физ. наук, 1972, т. 108, с: 655.

## ГЛАВА 15

### РАЗДЕЛЕНИЕ ИЗОТОПОВ В ПЛАЗМЕ

Кроме таких очевидных обобщений обычных методов разделения изотопов, как плазменная центрифуга или плазменное разделительное сопло, существуют некоторые методы, основанные на различии движения изотопов в электрических и магнитных полях в плазме; к ним относится разделение при ионно-циклотронном резонансе в ВЧ-поле [1, 2].

#### Задача

15.1. Указать необходимые условия эффективного разделения изотопов в плазме с помощью селективного нагрева ионов одного из изотопов ВЧ-полем [1].

#### Решение

Нужно, чтобы спектральная ширина ВЧ-силы, действующей на отдельный ион, была меньше расстояния между частотами циклотронного резонанса ионов изотопов

$$\Delta\omega < \omega\Delta M/M,$$

где  $\omega$  — рабочая частота;  $M$ ,  $\Delta M$  — масса и разность масс изотопов, а  $\Delta\omega = 1/t$ , где  $t$  — наименьшее из двух времен: времени пролета иона через рабочий объем и времени между соударениями. Для условий опыта [1], т. е. при  $n_e = n_i = 10^{10} - 10^{11} \text{ см}^{-3}$ ,  $T_{e,i} = 0,2 \text{ эВ}$ ,  $\Delta M/M = 0,1 \div 0,01$ ,  $H \leq 20 \text{ кГц}$  и линейных размерах рабочего объема 10 см, это условие выполняется.

Мощность ВЧ-поля должна быть достаточно большой, чтобы за время  $t$  энергия иона изотопа стала много большей средней температуры ионов.

В условиях опыта [1], при бесконтактном (индуктивном) подводе мощности 300 Вт или при контактном подводе 3 Вт, ионы одного из изотопов нагревались до нескольких десятков электронвольт.

### Список литературы

1. Dawson J. M. e. a. Isotope separation in plasmas by use of ion cyclotron resonanse. — Phys. Rev. Lett., 1976, v. 37, p. 1547.
2. Иванов А. А., Соболева Т. Д., Шапкин В. А. В кн.: Химия плазмы. Вып. 5. Под ред. Б. М. Смирнова. М., Атомиздат, 1977.

## ГЛАВА 16

### ТЕРМОЯДЕРНЫЙ СИНТЕЗ. ГЕНЕРАЦИЯ НЕЙТРОНОВ

#### Задачи

**16.1.** Оценить выход нейтронов при бомбардировке тритий-титановой мишени дейтронами (ток 0,5 мА, энергия  $E=300$  кэВ); сравнить с экспериментальным значением  $10^{11}$  нейтр./с [1]. Оценить выход нейтронов при бомбардировке мишени из Рв ионами Н и D с энергией 1000 МэВ [2].

То же для мишени из Ве и энергии 10 МэВ [3].

#### Решение

В результате столкновений с электронами мишени пробег дейтронов в Ti для энергии  $E=0,3$  МэВ составляет  $l \cong 10^{-3}$  см, поэтому число столкновений с выходом нейтрона в реакции  $D+T \rightarrow He+n$  составляет

$$\nu = n_T \sigma l \cong 10^{-4}$$

[полагаем  $n_T = 4 \cdot 10^{22}$  см $^{-3}$ ; для дейтрона с начальной энергией 0,3 МэВ  $\sigma \cong (1+3) \cdot 10^{-24}$  см $^2$ ]. «Энергетическая цена» нейтрона равна  $E_1 \cong E/\nu = 10^4$  МэВ, так что при

мощности  $W=150$  Вт выход должен быть  $W/E_1 \cong \cong 10^{11}$  нейтр./с в согласии с экспериментом.

Аналогично для Н и D на мишени из Pb получаем цену нейтрона 50—100 МэВ, для D на мишени из Be цена нейтрона  $\sim 100$  МэВ (см. Приложения 22—24).

**16.2.** Оценить условия зажигания, выгорание и энергетический выход для дейтерий-тритиевого (DT) шара плотностью  $n=10^4 n_T$  ( $n_T=4,5 \cdot 10^{22}$  см<sup>-3</sup> — плотность твердого DT) и диаметром  $2r=10$  мкм.

### Решение

Для зажигания смеси DT плазма должна быть нагрета до достаточно высокой температуры (порядка нескольких килоэлектронвольт) в объеме радиуса порядка длины пробега  $\alpha$ -частиц, так, чтобы тепловыделение от тормозящихся в этом объеме  $\alpha$ -частиц из DT-реакций превышало потери на расширение

$$(4\pi/3) r^3 n^2 \sigma v Q > 4\pi r^2 n T \sqrt{T/M}, \quad (16.1)$$

где  $\sigma$  — сечение реакции (см. Приложение 22),  $v$  — скорость,  $T$  — температура; тепловыделение  $Q$  равно

$$Q = Q_\alpha r / (R_\alpha + r), \quad Q_\alpha = 3,6 \text{ МэВ},$$

а пробег  $\alpha$ -частиц

$$R_\alpha = \frac{2 \cdot 10^{21}}{n} T^{3/2},$$

где  $n$  измеряется в см<sup>-3</sup>,  $T$  — в кэВ.

Согласно численным и аналитическим расчетам Бракера [4], из (16.1) следует

$$nr/n_T \geq 2,8 \text{ см}, \quad T=4 \text{ кэВ},$$

и энергия, необходимая для зажигания, равна сумме тепловой энергии

$$E_T = (4\pi/3) r^3 2n^2 T / 2 = 8 \cdot 10^6 (n_T/n)^2 \text{ кДж}$$

и энергии сжатого вырожденного электронного газа

$$E_{\text{вырожд}} = 80r^3 (n/n_T)^{5/3} \text{ кДж.}$$

Для  $n/n_T = 10^4$ ,  $r = 5 \cdot 10^{-4}$  см,  $E_T = 80$  Дж,  $E_{\text{вырожд}} = 50$  Дж и выгорание составляет

$$\frac{\Delta n}{n} = \frac{1}{2} \sigma v n t = 0,2$$

$$(t = r/v = 5 \cdot 10^{-12} \text{ с, } v = \sqrt{T/M} = 10^8 \text{ см/с}).$$

**Энергетический выход**

$$(4\pi/3) r^3 \Delta n Q_\alpha = 2 \text{ МДж.}$$

**16.3.** Оценить поток  $\alpha$ -частиц из реакций  $D(T, n)\alpha$  при сжатии эквимольной смеси DT ( $3 \text{ мг} \cdot \text{см}^{-3}$ ) в стеклянной оболочке диаметром  $2R = 100$  мкм, толщиной  $d = 1$  мкм при облучении импульсом лазера с длиной волны 1 мкм, энергией  $E = 100$  Дж, длительностью 30 пс [5].

### Решение

При полной ионизации плотность плазмы стеклянной оболочки  $n_{\text{SiO}_2} = 4 \cdot 10^{22} [(1+14) + 2(1+8)] = 1,3 \cdot 10^{24}$  в  $10^3$  раз превосходит плотность DT-плазмы  $n_{\text{DT}} = 2[3 \cdot 10^{-3} / (2,5 \cdot 1,6 \cdot 10^{-24})] = 1,5 \cdot 10^{21}$ .

При расширении внутренней половины оболочки внутрь шара до его центра плотность оболочки упадет примерно в  $2R/3(d/2) = 30$  раз. Следовательно, при равных температурах «стеклянной» и DT-плазмы последняя должна сжаться в  $\sim 30$  раз.

Если считать, что вся энергия лазерного импульса  $E$  переходит в тепловую энергию стеклянной плазмы, то ее температура

$$T = 2E/3 (4\pi R^2 dn_{\text{SiO}_2}) \approx 13 \text{ кэВ.}$$

(В действительности часть излучения отражается, часть переходит в кинетическую энергию, часть — в энергию «хвостовых» электронов и быстрых ионов.)

В экспериментах [5] объемное сжатие DT-плазмы составляло 50, а температура ионов была 7 кэВ. Скорость реакции при этом  $\sim 10^{28}$  см<sup>-3</sup>·с<sup>-1</sup> (см. Приложение 22), полное число реакций  $\sim 10^9$  и выгорание  $\sim 10^{-5}$ .

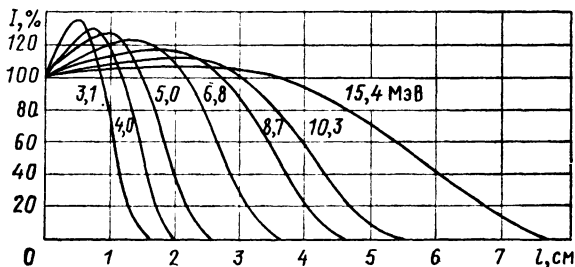
### Список литературы

1. Бекурц К., Виртц К. Нейтронная физика. Пер. с англ. М., Атомиздат, 1968.
2. Васильков Р. Г. и др. Размножение нейтронов в уране, бомбардируемом протонами с энергией 300—660 Мэв. — Атомная энергия, 1978, т. 44, с. 329.
3. Бадовский В. П. и др. Энергетические спектры нейтронов из толстых мишеней, бомбардируемых дейтронами. — Атомная энергия, 1977, т. 43, с. 209.
4. Бракнер К. Лазерный термоядерный синтез. Пер. с англ. М., Атомиздат, 1977.
5. Ceglio N. M., Coleman L. W. Spatially resolved emission from laser fusion targets. — Phys. Rev. Lett., 1977, v. 39, p. 20.

## ПРИЛОЖЕНИЯ

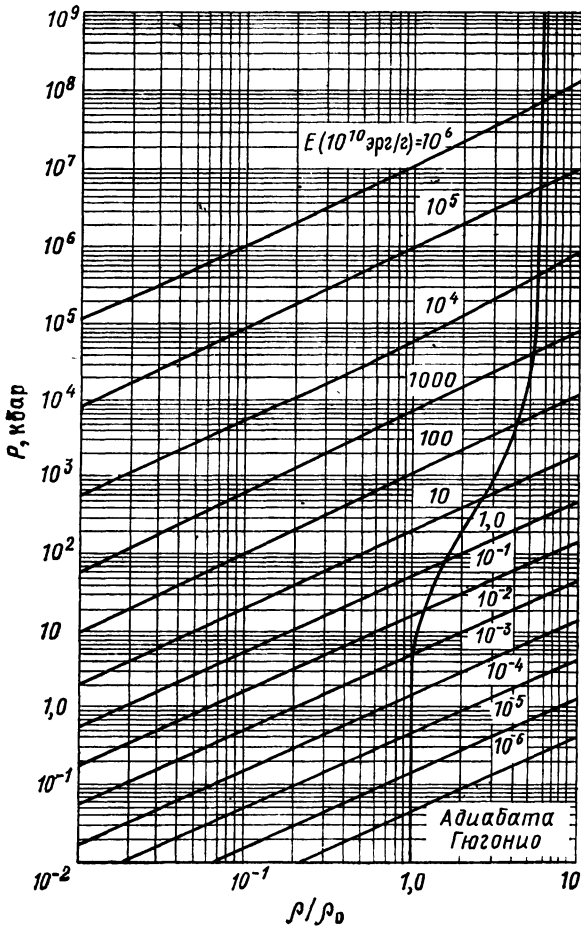
### ПРИЛОЖЕНИЕ 1 [1]

#### ПРОХОЖДЕНИЕ БЫСТРЫХ ЭЛЕКТРОНОВ ЧЕРЕЗ ВЕЩЕСТВО



Распределение энерговыведения по глубине при облучении воды электронами различных энергий. Все кривые нормированы к 100% по начальному участку

ПРИЛОЖЕНИЕ 2 [2]



Уравнение состояния для туфа

## ПОТЕНЦИАЛЫ

Потенциалом ионизации называется энергия, необходимая для последовательные потенциалы ионизации атомов и ионов в элект нейтрального невозбужденного атома;  $U_2$  — энергия, необходи невозбужденного

| АТОМНЫЙ<br>НОМЕР | ХИМИЧЕСКИЙ<br>СИМВОЛ | $U_1$  | $U_2$  | $U_3$    | $U_4$   | $U_5$    |
|------------------|----------------------|--------|--------|----------|---------|----------|
| 1                |                      |        |        |          |         |          |
| 2                | H                    | 13,595 |        |          |         |          |
| 3                | He                   | 24,580 | 54,403 |          |         |          |
| 4                | Li                   | 5,390  | 75,619 | 122,42   |         |          |
| 5                | Be                   | 9,320  | 18,206 | 153,85   | 217,66  |          |
| 6                | B                    | 8,296  | 25,149 | 37,92    | 259,298 | 340,13   |
| 7                | C                    | 11,264 | 24,376 | 47,864   | 64,476  | 391,986  |
| 8                | N                    | 14,54  | 29,605 | 47,426   | 77,45   | 97,863   |
| 9                | O                    | 13,614 | 35,146 | 54,934   | 77,394  | 113,873  |
| 10               | F                    | 17,418 | 34,98  | 62,646   | 87,23   | 114,214  |
| 11               | Ne                   | 21,559 | 41,07  | 63,5±0,1 | 97,16   | 126,4    |
| 12               | Na                   | 5,138  | 47,29  | 71,8±0,1 | 98,88   | 138,6    |
| 13               | Mg                   | 7,644  | 15,03  | 78,2±0,1 | 109,29  | 141,23   |
| 14               | Al                   | 5,984  | 18,823 | 28,44    | 119,96  | 153,77   |
| 15               | Si                   | 8,149  | 16,34  | 33,46    | 45,13   | 166,73   |
| 16               | P                    | 10,55  | 19,65  | 30,156   | 51,354  | 65,007   |
| 17               | S                    | 10,357 | 23,4   | 34,8     | 47,29   | 72,5±0,1 |
| 18               | Cl                   | 13,01  | 23,80  | 39,9     | 53,3    | 67,8±0,2 |
| 19               | Ar                   | 15,755 | 27,62  | 40,90    | 59,79   | 75,0±0,1 |
| 20               | K                    | 4,339  | 31,81  | 45,9     | 61,1    | 82,6±0,4 |
| 21               | Ca                   | 6,111  | 11,87  | 51,21    | 67,3    | 84,39    |
| 22               | Sc                   | 6,56   | 12,89  | 24,75    | 73,9    | 91,8     |
| 23               | Ti                   | 6,83   | 13,57  | 28,14    | 43,24   | 99,8     |
| 24               | V                    | 6,74   | 14,65  | 29,31    | 46      | 65,2     |
| 25               | Cr                   | 6,764  | 16,49  | 30,95    | 49,6    | 73,2     |
| 26               | Mn                   | 7,432  | 15,64  | 33,69    | 52      | 76,1     |
| 27               | Fe                   | 7,896  | 16,18  | 30,64    | 57,1    | 78       |
| 28               | Co                   | 7,86   | 17,05  | 33,49    | 53      | 83,5     |
| 29               | Ni                   | 7,633  | 18,15  | 36,16    | 56      | 78       |
| 30               | Cu                   | 7,724  | 20,29  | 36,83    | 58,9    | 82       |



# ЖЕНИЕ 3 [1]

## ИОНИЗАЦИИ АТОМОВ

отрыва электрона от атома или иона. В таблице приведены тронвольтах:  $U_1$  — энергия, необходимая для отрыва электрона мая для отделения электрона от однозарядного (положительного) иона,  $U_2$  и т. д.

| $U_0$     | $U_1$     | $U_2$     | $U_3$      | $U_{10}$   | $U_{11}$ |
|-----------|-----------|-----------|------------|------------|----------|
| 489,84    |           |           |            |            |          |
| 551,925   | 666,83    |           |            |            |          |
| 138,08    | 739,114   | 871,12    |            |            |          |
| 157,117   | 185,139   | 935,8±0,3 | 1101,8     |            |          |
| 157,91    | 207,2±0,1 | 239,1±0,1 | 1195,4±0,3 | 1360,2     |          |
| 172,36    | 208,444   | 264,2±0,1 | 299,7±0,1  | 1464,7±0,3 | 1646,4   |
| 186,8±0,1 | 225,31    | 265,957   | 328,0±0,1  | 367,2±0,1  | 1761,23  |
| 190,42    | 241,8±0,1 | 285,13    | 330,1      | 398,6±0,1  | 441,9    |
| 205,11    | 246,41    | 304,0±0,1 | 351,83     | 401,3      | 476,0    |
| 220,414   | 263,31    | 309,3±0,1 | 372,8±0,2  | 425,46     | 479,4    |
| 88,0±0,1  | 280,99    | 328,4±0,1 | 378,95     | 448,5±0,2  | 506,4    |
| 96,6±0,3  | 114,2±0,1 | 348,5     | 400,3±0,1  | 455,3      | 531,4    |
| 91,3±0,3  | 123,9±0,4 | 143,4±0,1 | 422,6±0,2  | 479,0±0,2  | 539,5    |
| 99,4±0,4  | 117,9±0,4 | 154,3±0,6 | 176,0±0,1  | 503,8±0,3  | 566,2    |
| 100±1     | 127,9±0,5 | 143,3±0,4 | 187,9±0,7  | 211,3±0,1  | 592,5    |
| 111,1     | 139±1     | 159,2±0,5 | 180,2±0,5  | 224,9±0,8  | 249,76   |
| 119       | 141±1     | 172±1     | 193,1±0,5  | 216,9±0,6  | 264,5    |
| 128,9     | 151       | 173,7     | 206±2      | 230,2±0,6  | 256,3    |
| 90,6      | 161,1     | 185       | 209,6      | 246±2      | —        |
| 100±1     | 119,24    | 196,4     | 221±1      | 249±1      | —        |
| 103±1     | 130±3     | 151,1     | 234,4±0,5  | 262±1      | 290,3    |
| 106       | 133±1     | 163±5     | 185,9±0,1  | 276,9±0,6  | 305      |
| 110       | 136       | 168±2     | 200±6      | 224±1      | 318      |
| 106       | 140       | 169       | 206±4      | 241±8      | —        |

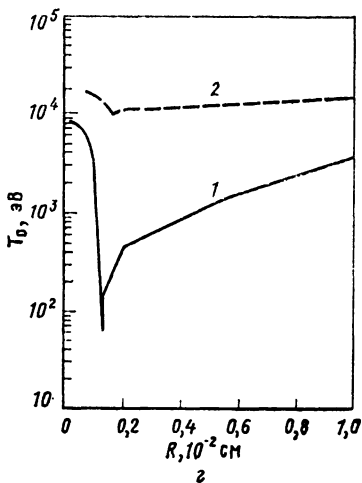
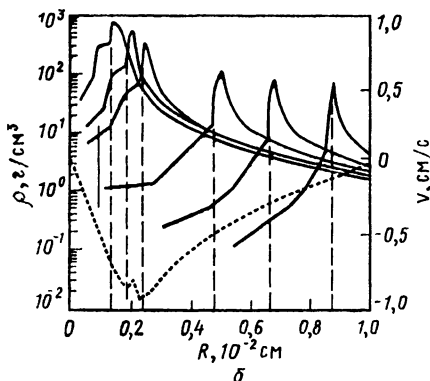
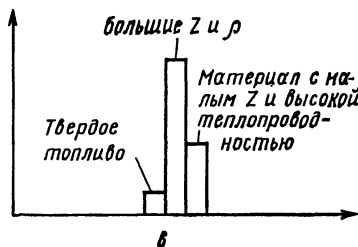
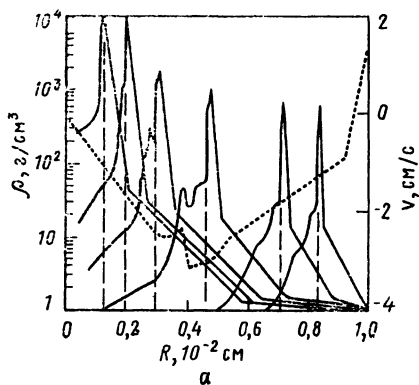
| Атомный<br>номер | Химический<br>символ | $U_1$  | $U_2$    | $U_3$    | $U_4$    | $U_5$    |
|------------------|----------------------|--------|----------|----------|----------|----------|
|                  |                      |        |          |          |          |          |
| 30               | Zn                   | 9,391  | 17,96    | 39,7     | 62       | 86       |
| 31               | Ga                   | 6,00   | 20,51    | 30,7     | 64,2     | 90       |
| 32               | Ge                   | 7,88   | 15,93    | 34,21    | 45,7     | 93,4     |
| 33               | As                   | 9,81   | 18,7±0,1 | 28,3     | 50,1     | 62,9±0,1 |
| 34               | Se                   | 9,75   | 51,5     | 32,0     | 42,9     | 68,3±0,2 |
| 35               | Br                   | 11,84  | 51,6     | 35,9     | 47,3     | 59,7±0,1 |
| 36               | Kr                   | 13,996 | 24,56    | 36,9     | 52,5     | 64,7     |
| 37               | Rb                   | 4,176  | 27,56    | 39,3     | 52,6     | 71       |
| 38               | Sr                   | 5,692  | 11,026   | 43,6     | 57,1     | 71,6     |
| 39               | Y                    | 6,38   | 12,23    | 20,5     | 61,8     | 77,0     |
| 40               | Zr                   | 6,835  | 12,92    | 24,11    | 33,97    | 82,3     |
| 41               | Nb                   | 6,88   | 13,9     | 28,1     | 38,3     | 49,5     |
| 42               | Mo                   | 7,131  | 15,72    | 29,6     | 46,4     | 61,2     |
| 43               | Tc                   | 7,23   | 14,87    | 31,9     | 43       | 59       |
| 44               | Ru                   | 7,36   | 16,6     | 30,3     | 46,5     | 63       |
| 45               | Rh                   | 7,46   | 15,92    | 32,8     | 45,6     | 67       |
| 46               | Pd                   | 8,33   | 19,42    | 33,4     | 48,8     | 66       |
| 47               | Ag                   | 7,574  | 21,48    | 36,10    | 52       | 70       |
| 48               | Cd                   | 8,991  | 16,904   | 44,5     | 55       | 73       |
| 49               | In                   | 5,785  | 18,86    | 28,0     | 58       | 77       |
| 50               | Sn                   | 7,332  | 14,63    | 30,7     | 46,4±0,1 | 81,1     |
| 51               | Sb                   | 8,64   | 16,7±0,5 | 24,8     | 44,1     | 63,8±0,5 |
| 52               | Te                   | 9,01   | 18,8±0,5 | 30,6     | 37,9     | 66±1     |
| 53               | I                    | 10,44  | 19,0     | 31,4     | 41,7     | 71       |
| 54               | Xe                   | 12,127 | 21,2     | 32,1     | 45,5     | 57       |
| 55               | Cs                   | 3,893  | 25,1     | 34,6±0,7 | 45,5     | 62       |
| 56               | Ba                   | 5,210  | 10,01    | 37±1     | 48,8     | 62       |
| 57               | La                   | 5,61   | 11,43    | 19,17    | 52       | 66       |
| 58               | Ce                   | 6,91   | 12,3     | 19,5     | 36,7     | 70       |
| 59               | Pr                   | 5,76   | —        | —        | —        | —        |
| 60               | Nd                   | 6,31   | —        | —        | —        | —        |
| 61               | Pm                   | —      | —        | —        | —        | —        |
| 62               | Sm                   | 5,6    | 11,2     | —        | —        | —        |
| 63               | Eu                   | 5,67   | 11,24    | —        | —        | —        |
| 64               | Gd                   | 6,16   | 12       | —        | —        | —        |
| 65               | Tb                   | 6,74   | —        | —        | —        | —        |

| $U_6$    | $U_7$     | $U_8$     | $U_9$     | $U_{10}$  | $U_{11}$ |
|----------|-----------|-----------|-----------|-----------|----------|
| 112      | 142       | 177       | 212       | 247±6     | —        |
| 118      | 144       | 174       | 218       | 255       | —        |
| 113      | 148       | 177       | 212       | 262       | —        |
| 127,5    | 150       | 182       | 218       | 274       | —        |
| 82,1±0,2 | 155       | 187       | 223       | 260       | —        |
| 88,6±0,2 | 103,0±0,4 | 193       | 228       | 266       | —        |
| 78,5±0,1 | 111,0±0,4 | 126±0,1   | 234       | 270       | —        |
| 84,4     | 99,2±0,1  | 136±1     | 150±2     | 277       | —        |
| 90,8     | 106       | 122,3±0,1 | 162±1     | 177±2     | 324      |
| 93,0     | 116       | 129       | 146,2±0,2 | 191±1     | —        |
| 99,4     | 116       | 139       | 154       | 173,0±0,2 | —        |
| 110,4    | 124       | 141       | 165       | 186       | —        |
| 67       | 131       | 153       | 167       | 194       | —        |
| 76       | 94        | 161       | 183       | 195       | —        |
| 81       | 100       | 119       | 192       | 216       | —        |
| 85       | 105       | 126       | 147       | 225       | —        |
| 90       | 110       | 132       | 155       | 178       | —        |
| 89       | 116       | 139       | 162       | 187       | —        |
| 94       | 115       | 146       | 170       | 195       | —        |
| 98       | 120       | 144       | 178       | 204       | —        |
| 103      | 126       | 150       | 176       | 213       | —        |
| 107,6    | 132       | 157       | 184       | 211       | —        |
| 83±2     | 137,1     | 164       | 192       | 220       | —        |
| 83±2     | 104±2     | 169,9     | 200       | 229       | —        |
| 89       | 102±3     | 126±3     | 204,7     | 238       | —        |
| 74       | 108       | 122±3     | 150±4     | 256       | —        |
| 80       | 93        | 106       | 144±4     | 158±5     | —        |
| 80       | 100       | 114       | 151       | 165±5     | —        |
| 85       | 100       | 122       | 137       | 172       | —        |
| 79       | 106       | 122       | 146       | 162       | —        |
| —        | 110       | 128       | 147       | 171       | —        |
| —        | —         | —         | —         | —         | —        |
| —        | —         | —         | 161       | 181       | —        |
| —        | —         | —         | —         | 187       | —        |
| —        | —         | —         | —         | —         | —        |
| —        | —         | —         | —         | —         | —        |

| Атомный номер | Химический символ | $U_1$           | $U_2$           | $U_3$          | $U_4$ | $U_5$ |
|---------------|-------------------|-----------------|-----------------|----------------|-------|-------|
| 66            | Dy                | 6,82            | —               | —              | —     | —     |
| 67            | Ho                | —               | —               | —              | —     | —     |
| 68            | Er                | $6,08 \pm 0,03$ | —               | —              | —     | —     |
|               |                   | [3]             |                 |                |       |       |
| 69            | Im                | $6,14 \pm 0,06$ | —               | —              | —     | —     |
|               |                   | [3]             |                 |                |       |       |
| 70            | Yb                | 6,26            | 12,10           | —              | —     | —     |
| 71            | Lu                | 6,15            | 14,7            | 19             | —     | —     |
| 72            | Hf                | 5,5             | 14,9            | 21             | 31    | —     |
| 73            | Ta                | $7,88 [3]$      | $16,2 \pm 0,5$  | 22,3           | 33,1  | 45    |
| 74            | W                 | 7,98            | $17,7 \pm 0,5$  | 24,1           | 35,4  | 48    |
| 75            | Re                | 7,87            | $16,6 \pm 0,5$  | 26             | 37,7  | 51    |
| 76            | Os                | 8,7             | $17 \pm 1$      | 25             | 40    | 54    |
| 77            | Ir                | 9,2             | $17,0 \pm 0,3$  | 27             | 39    | 57    |
| 78            | Pt                | 8,96            | $18,54 \pm 0,1$ | 28,5           | 41,1  | 55    |
| 79            | Au                | 9,223           | 20,5            | 30,5           | 43,5  | 58    |
| 80            | Hg                | 10,434          | 18,761          | 34,21          | 46    | 61    |
| 81            | Tl                | 6,106           | 20,42           | 29,8           | 50,7  | 64    |
| 82            | Pb                | 7,415           | 15,03           | 31,93          | 42,3  | 69,73 |
| 83            | Bi                | 7,287           | 19,3            | 25,6           | 45,3  | 56    |
| 84            | Po                | $8,2 \pm 0,4$   | $19,4 \pm 1,7$  | $27,3 \pm 0,8$ | 38    | 61    |
| 85            | At                | $9,2 \pm 0,4$   | $20,1 \pm 1,7$  | $29,3 \pm 0,9$ | 41    | 51    |
| 86            | Rn                | 10,745          | $21,4 \pm 1,8$  | $29,4 \pm 1,0$ | 43,8  | 55    |
| 87            | Fr                | $3,98 \pm 0,1$  | $22,5 \pm 1,8$  | $33,5 \pm 1,5$ | 43    | 59    |
| 88            | Ra                | 5,277           | 10,144          | 34,3           | 46,4  | 58,5  |
| 89            | Ac                | $6,89 \pm 0,6$  | $11,5 \pm 0,4$  | —              | 49    | 62    |
| 90            | Th                | $6,95 \pm 0,06$ | $11,5 \pm 1,0$  | 20,0           | 28,7  | 55    |
|               |                   | [3]             |                 |                |       |       |
| 91            | Pa                | —               | —               | —              | —     | —     |
| 92            | U                 | $6,24 [4]$      | —               | —              | —     | —     |

| $U_6$ | $U_7$ | $U_8$ | $U_9$ | $U_{10}$ | $U_{11}$ |
|-------|-------|-------|-------|----------|----------|
| —     | —     | —     | —     | —        | —        |
| —     | —     | —     | —     | —        | —        |
| —     | —     | —     | —     | —        | —        |
| —     | —     | —     | —     | —        | —        |
| —     | —     | —     | —     | —        | —        |
| —     | —     | —     | —     | —        | —        |
| —     | —     | —     | —     | —        | —        |
| —     | —     | —     | —     | —        | —        |
| 61    | —     | —     | —     | —        | —        |
| 64    | 79    | —     | —     | —        | —        |
| 68    | 83    | 99    | —     | —        | —        |
| 72    | 88    | 104   | 121   | —        | —        |
| 75    | 92    | 109   | 127   | 146      | —        |
| 73    | 96    | 114   | 133   | 153      | —        |
| 77    | 94    | 120   | 139   | 159      | —        |
| 81    | 98    | 116   | 145   | 166      | —        |
| 84    | 103   | 122   | 142   | 173      | —        |
| 94,42 | 107   | 127   | 148   | 169      | —        |
| 73    | 112   | 132   | 154   | 176      | —        |
| 78    | 91    | 138   | 160   | 183      | —        |
| 67    | 97    | 111   | 166   | 190      | —        |
| 71    | 84    | 117   | 133   | 197      | —        |
| 76    | 89    | 103   | 140   | 156      | —        |
| 76    | 95    | 109   | 123   | 164      | —        |
| 80    | 94    | 115   | 130   | 145      | —        |
| 84    | 100   | 115   | 138   | 154      | —        |
|       | 104   | 121   | 137   | 126      | —        |

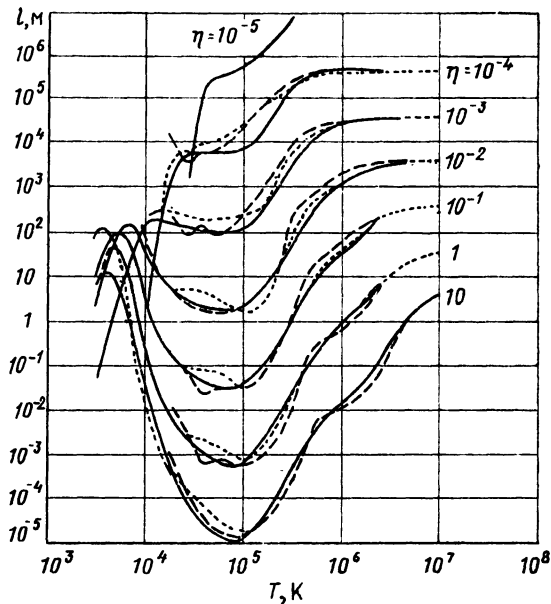
# ПРИЛОЖЕНИЕ 4 [3]



## Последовательность профилей плотности:

*a* — при поглощении энергии 100 кДж за 3,5 нс; *b* — 300 кДж за 0,4 нс для лазерной мишени сложного типа (*z*); *z* — распределение температуры в момент сжатия: 1 — случай *a*; 2 — случай *b*

## ПРИЛОЖЕНИЕ 5 [2]



Росселандов средний свободный пробег  $l$  для воздуха (использовался при расчетах радиационной диффузии в воздухе):

----- аппроксимация по Броуду; ---- по Фримману; ..... по Гилмору ( $\eta = \rho/\rho_0$ ;  $\rho_0 = 1,29 \cdot 10^{-3}$  г/см<sup>3</sup>)

## ПРИЛОЖЕНИЕ 6

Сечения превращения быстрых ионов  $\text{H}_2^+$  в протоны при прохождении  $\text{H}_2$  и  $\text{H}$ :

| $E$ , кэВ | $\sigma$ , $10^{-16}$ см <sup>2</sup> |
|-----------|---------------------------------------|
| 10        | 2,4                                   |
| 100       | 1,6                                   |
| 1000      | 0,63                                  |
| 20 000    | 0,05                                  |

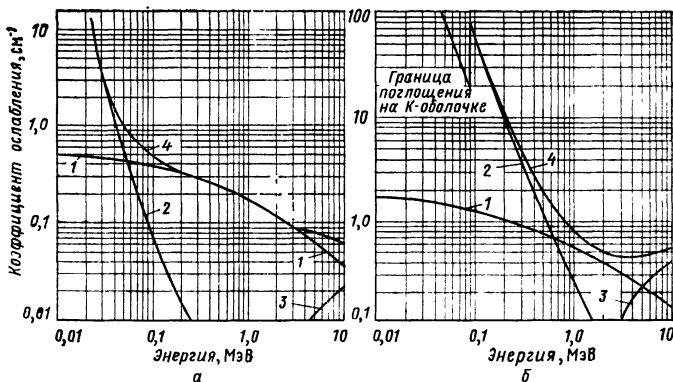
Сечения захвата электрона для  $H^+$  и  $H_0$ , проходящих через  $H_2$ :

| $E$ , кэВ | $\sigma_{1,0}$ , см <sup>2</sup> | $\sigma_{0,-1}$ , см <sup>2</sup> |
|-----------|----------------------------------|-----------------------------------|
| 1         | $5,2 \cdot 10^{-16}$             | —                                 |
| 10        | $8,5 \cdot 10^{-16}$             | $2,2 \cdot 10^{-17}$              |
| 100       | $2,8 \cdot 10^{-17}$             | $2,1 \cdot 10^{-18}$              |
| 1000      | $4,6 \cdot 10^{-22}$             | $< 10^{-23}$                      |

Эффективное торможение  $\kappa$  для протонов и атомов H в атомном водороде:

| $E$ , кэВ | $\kappa$ , эВ·см <sup>2</sup> /атом |                       |
|-----------|-------------------------------------|-----------------------|
|           | $H^+$                               | H                     |
| 10        | $1,28 \cdot 10^{-14}$               | $2,80 \cdot 10^{-15}$ |
| 100       | $6,15 \cdot 10^{-15}$               | $5,41 \cdot 10^{-15}$ |
| 1000      | $1,12 \cdot 10^{-15}$               | $1,74 \cdot 10^{-15}$ |
| 3000      | $0,47 \cdot 10^{-15}$               | $0,65 \cdot 10^{-15}$ |

### ПРИЛОЖЕНИЕ 7 [1]

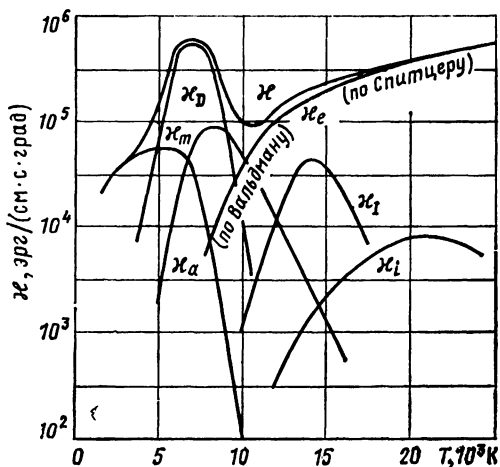


Коэффициенты ослабления  $\gamma$ -квантов в алюминии (а) и свинце (б) за счет различных процессов:

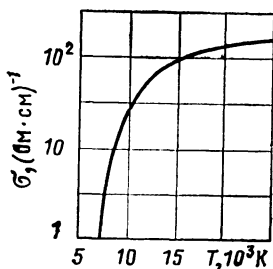
1 — комpton-эффект; 2 — фотоэффект; 3 — образование пар; 4 — полный коэффициент ослабления



## ПРИЛОЖЕНИЕ 8 [1]

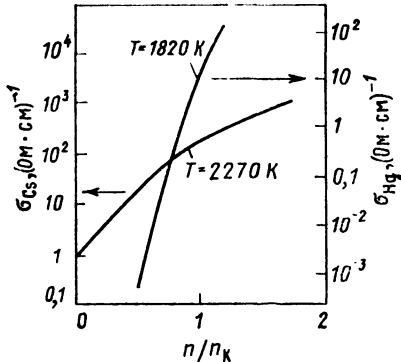


Зависимости теплопроводности молекул  $\kappa_m$ , атомов  $\kappa_a$ , ионов  $\kappa_i$  и электронов  $\kappa_e$  азотной плазмы от температуры;  $\kappa_D$  — теплопроводность вследствие диффузии энергии диссоциации;  $\kappa_I$  — вследствие диффузии энергии ионизации;  $\kappa$  — сумма всех компонент



Зависимость проводимости азотной плазмы при атмосферном давлении от температуры

ПРИЛОЖЕНИЕ 9 [4]



Зависимость проводимости  $\sigma$  для Cs и Hg от отношения плотности  $n$  к критической плотности  $n_k$ :

для Hg:  $v_k = 4.4 \cdot 10^{-6}$  м<sup>3</sup>/моль,  $T_k = 1750$  К,  $p_k = 1500$  атм; для Cs:  $v_k = 332 \cdot 10^{-6}$  м<sup>3</sup>/моль,  $T_k = 2030$  К,  $p_k = 115$  атм

ПРИЛОЖЕНИЕ 10 [5]

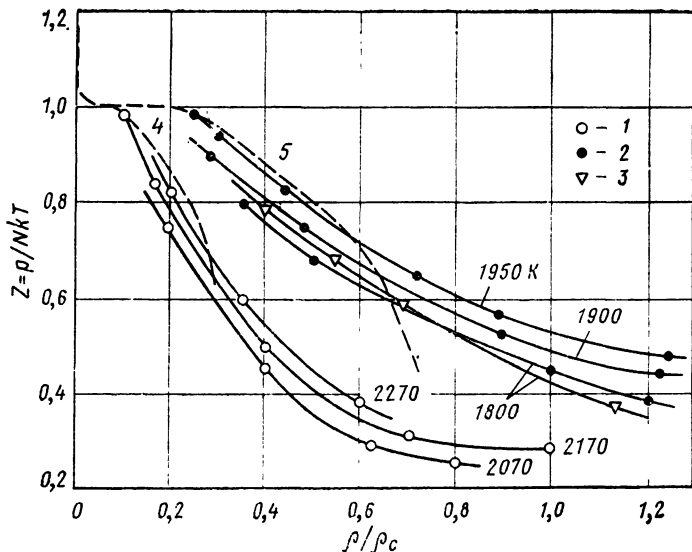
В работе [10] получено следующее выражение для фактора сжимаемости  $Z$ :

$$Z - 1 = \beta \Delta p / N = -\alpha (1 - \alpha) (\beta N |V_0| + \beta^2 \gamma) - \frac{4}{3} \alpha \beta \epsilon, \quad (\text{П9.1})$$

причем

$$\left. \begin{aligned} \frac{\alpha^2}{1 - \alpha} N &= K(\beta) \exp \{ (1 - \alpha) (\beta N |V_0| + \beta^2 \gamma) + \beta \epsilon \}; \\ K(\beta) &= (2g_i / g_a) (m / 2\pi \hbar^2 \beta)^{3/2} \exp(-\beta I), \end{aligned} \right\} \quad (\text{П9.2})$$

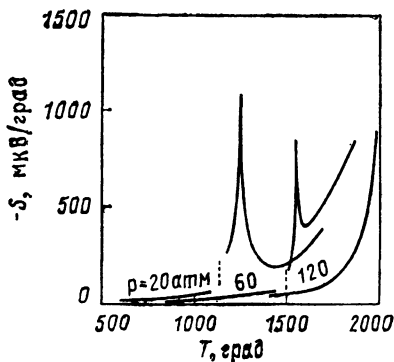
где  $g_i$ ,  $g_a$  — статистические веса иона и атома;  $I$  — потенциал ионизации;  $V_0 \approx -(\hbar^2 / m) (\pi q)^{1/2}$ ;  $\gamma \approx 3\pi^{1/2} N V_0^2 / 8q^{3/2}$ ;  $q$  — сечение рассеяния тепловых электронов на атомах (для Cs  $q \approx 10^{-13}$  см<sup>2</sup>, для Hg  $q \approx 10^{-15}$  см<sup>2</sup>);  $\epsilon \approx \zeta(7/3) \times \times (\kappa e^2 / 2) (4\pi / 3N)^{4/3}$ ;  $\kappa$  — поляризуемость атома ( $\kappa_{\text{Cs}} \approx 410a^3_0$ ,  $\kappa_{\text{Hg}} \approx 40a^3_0$ );  $\zeta$  — число ближайших соседей.



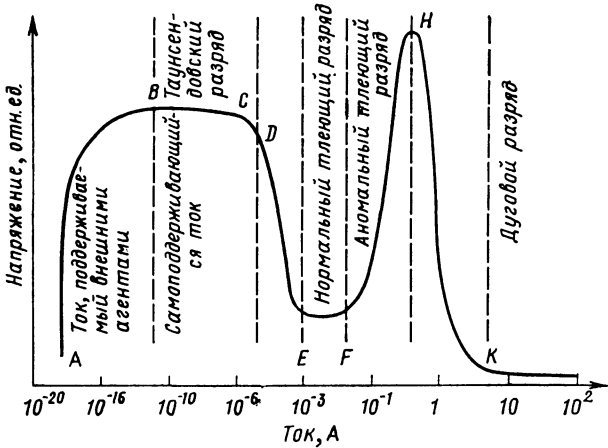
Изотермы фактора сжимаемости ( $\rho_c$  — критическая плотность):  
 1 — цезий, по данным работы [10]; 2 — ртуть, по данным работы [11]; 3 — ртуть, по данным работы [12]; 4 — цезий ( $T=2200$  К); 5 — ртуть ( $T=2000$  К). Кривые 4 и 5 построены по формуле (П.9.1) и (П.9.2).

ПРИЛОЖЕНИЕ 11 [6]

Зависимость абсолютной термо-э. д. с. цезия от температуры при различных давлениях



ПРИЛОЖЕНИЕ 12 [7]



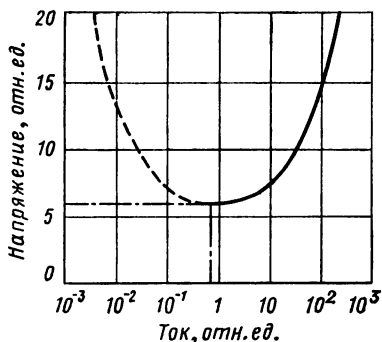
Классификация разрядов

ПРИЛОЖЕНИЕ 13 [7]

Нормальная катодная плотность тока в тлеющем разряде, отнесенная к квадрату давления,  $\mu\text{кА}/(\text{см} \cdot \text{мм рт. ст.})^2$ , при комнатной температуре

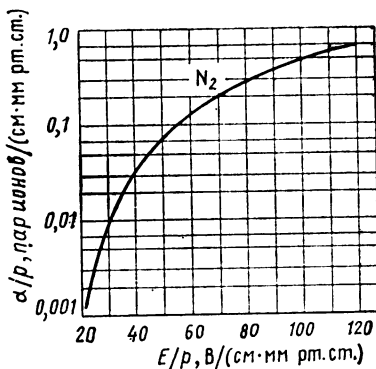
| Катод | Воздух | A   | H <sub>2</sub> | He  | Hg | N <sub>2</sub> | O <sub>2</sub> | Ne |
|-------|--------|-----|----------------|-----|----|----------------|----------------|----|
| Al    | 330    | —   | 90             | —   | 4  | —              | —              | —  |
| Au    | 570    | —   | 110            | —   | —  | —              | —              | —  |
| Cu    | 240    | —   | 64             | —   | 15 | —              | —              | —  |
| Fe    | —      | 160 | 72             | 2,2 | 8  | 400            | —              | 6  |
| Mg    | —      | 20  | —              | 3   | —  | —              | —              | 5  |
| Pt    | —      | 150 | 90             | 5   | —  | 380            | 550            | 18 |

ПРИЛОЖЕНИЕ 14 [7]



Аномальное катодное падение

ПРИЛОЖЕНИЕ 15 [7]



Первый таунсендовский коэффициент ионизации для азота

ПРИЛОЖЕНИЕ 16 [7]

Произведение толщины области катодного падения на давление  $d_n p$ , см·мм рт. ст., при комнатной температуре

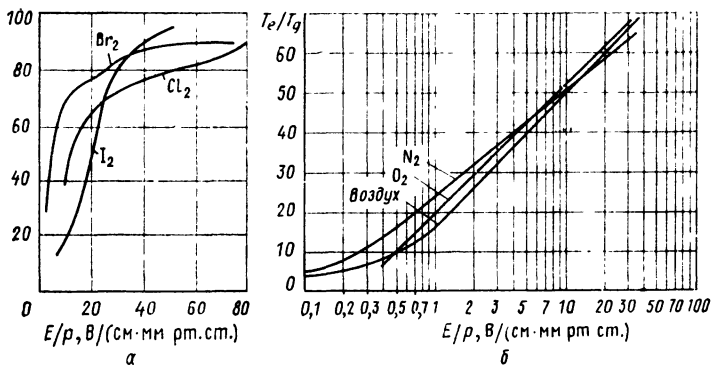
| Катод | Воздух | Ag   | N <sub>2</sub> | He   | Hg   | N <sub>2</sub> | Ne   | O <sub>2</sub> |
|-------|--------|------|----------------|------|------|----------------|------|----------------|
| Al    | 0,25   | 0,29 | 0,72           | 1,32 | 0,33 | 0,31           | 0,64 | 0,24           |
| C     | —      | —    | 0,9            | —    | 0,69 | —              | —    | —              |
| Cd    | —      | —    | 0,87           | —    | —    | —              | —    | —              |
| Cu    | 0,23   | —    | 0,8            | —    | 0,6  | —              | —    | —              |
| Fe    | 0,52   | 0,33 | 0,9            | 1,30 | 0,34 | 0,42           | 0,72 | 0,31           |
| Mg    | —      | —    | 0,61           | 1,45 | —    | 0,35           | —    | 0,25           |
| Hg    | —      | —    | 0,9            | —    | —    | —              | —    | —              |
| Ni    | —      | —    | 0,9            | —    | 0,4  | —              | —    | —              |
| Pb    | —      | —    | 0,84           | —    | —    | —              | —    | —              |
| Pt    | —      | —    | 1,0            | —    | —    | —              | —    | —              |
| Zn    | —      | —    | 0,8            | —    | —    | —              | —    | —              |

ПРИЛОЖЕНИЕ 17 [7]

Нормальное катодное падение, В

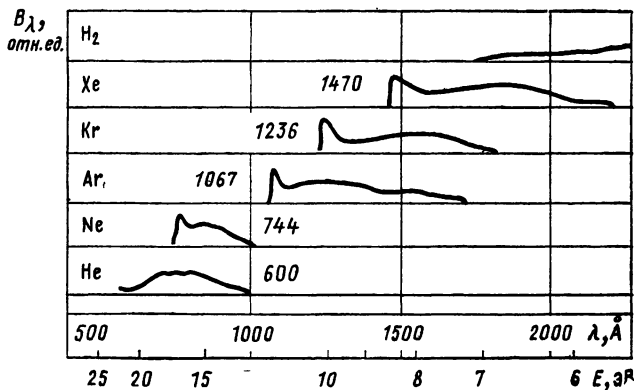
| Катод | Воз-<br>дух | Ar  | He  | H <sub>2</sub> | Hg  | Ne  | N <sub>2</sub> | O <sub>2</sub> | CO  | CO <sub>2</sub> | Cl  |
|-------|-------------|-----|-----|----------------|-----|-----|----------------|----------------|-----|-----------------|-----|
| Al    | 229         | 100 | 140 | 170            | 245 | 120 | 180            | 311            | —   | —               | —   |
| Ag    | 280         | 130 | 162 | 216            | 318 | 150 | 233            | —              | —   | —               | —   |
| Au    | 285         | 130 | 165 | 247            | —   | 158 | 233            | —              | —   | —               | —   |
| Ba    | —           | 93  | 86  | —              | —   | —   | 157            | —              | —   | —               | —   |
| Bi    | 272         | 136 | 137 | 240            | —   | —   | 210            | —              | —   | —               | —   |
| C     | —           | —   | —   | 240            | 475 | —   | —              | —              | 525 | —               | —   |
| Ca    | —           | 93  | 86  | —              | —   | 86  | 157            | —              | —   | —               | —   |
| Cd    | 266         | 119 | 167 | 200            | —   | 160 | 213            | —              | —   | —               | —   |
| Co    | 380         | —   | —   | —              | —   | —   | —              | —              | —   | —               | —   |
| Cu    | 370         | 130 | 177 | 214            | 447 | 220 | —              | —              | 484 | 260             | —   |
| Fe    | 269         | 165 | 150 | 250            | 298 | 150 | 208            | 290            | —   | —               | —   |
| Hg    | —           | —   | 142 | —              | 340 | —   | 215            | —              | —   | —               | —   |
| Ir    | —           | —   | —   | —              | —   | —   | 226            | —              | —   | —               | —   |
| K     | 380         | 64  | 59  | 94             | —   | 68  | —              | —              | 484 | 460             | —   |
| Mo    | 180         | —   | —   | —              | 353 | 115 | 170            | —              | —   | —               | —   |
| Mg    | 224         | 119 | 125 | 153            | —   | 94  | 188            | 310            | —   | —               | —   |
| Na    | 200         | —   | 80  | 185            | —   | 75  | 178            | —              | —   | —               | —   |
| Ni    | 226         | 131 | 158 | 211            | 275 | 140 | 197            | —              | —   | —               | —   |
| Pb    | 207         | 124 | 177 | 223            | —   | 172 | 210            | —              | —   | —               | —   |
| Pd    | 421         | —   | —   | —              | —   | —   | —              | —              | —   | —               | —   |
| Pt    | 277         | 131 | 165 | 276            | 340 | 152 | 216            | 364            | 490 | 475             | 275 |
| Sb    | 269         | 136 | —   | 252            | —   | —   | 225            | —              | —   | —               | —   |
| Sn    | 266         | 124 | —   | 226            | —   | —   | 216            | —              | —   | —               | —   |
| Sr    | —           | 93  | 86  | —              | —   | —   | 157            | —              | —   | —               | —   |
| Th    | —           | —   | —   | —              | —   | 125 | —              | —              | —   | —               | —   |
| W     | —           | —   | —   | —              | 305 | 125 | —              | —              | —   | —               | —   |
| Zn    | 277         | 119 | 143 | 184            | —   | —   | 216            | 354            | 480 | 410             | —   |

## ПРИЛОЖЕНИЕ 18 [7]



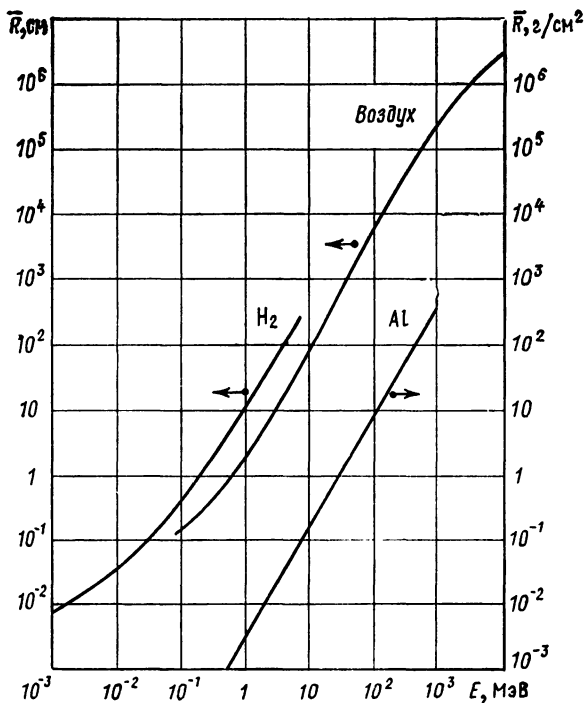
Отношение температуры электронов к температуре газа

## ПРИЛОЖЕНИЕ 19 [9]



Континуумы излучения инертных газов

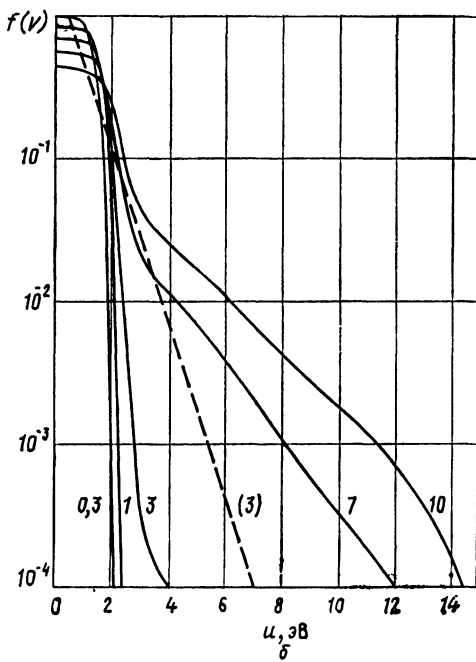
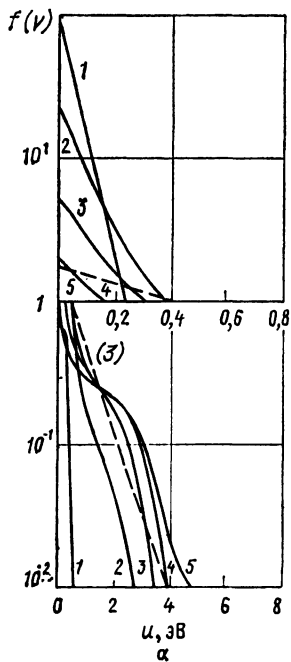
ПРИЛОЖЕНИЕ 20 [1]  
ПРОХОЖДЕНИЕ ПРОТОНОВ ЧЕРЕЗ ВЕЩЕСТВО



Связь между энергией  $E$  и пробегом  $\bar{R}$  протонов в  $H_2$ , воздухе и Al.  
Стрелками указана шкала кривых по оси ординат



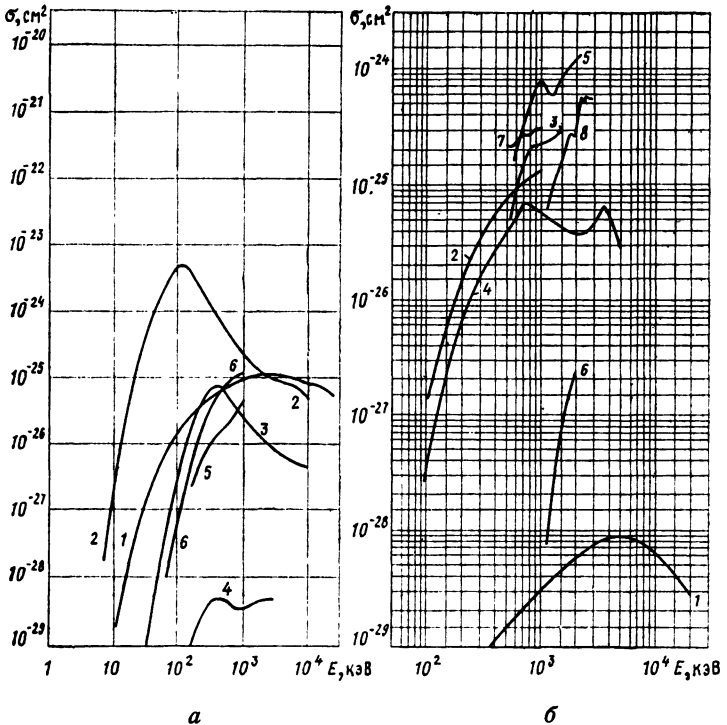
ПРИЛОЖЕНИЕ 21



Функция распределения  $f(v)$  в  $\text{CO}_2$  (а) и  $\text{N}_2$  (б):

числа у кривых — значение  $E/N$  в  $10^{-16}$  В/см<sup>2</sup>; пунктир — максвелловские распределения;  $u = mv^2/2$

ПРИЛОЖЕНИЕ 22 [1]



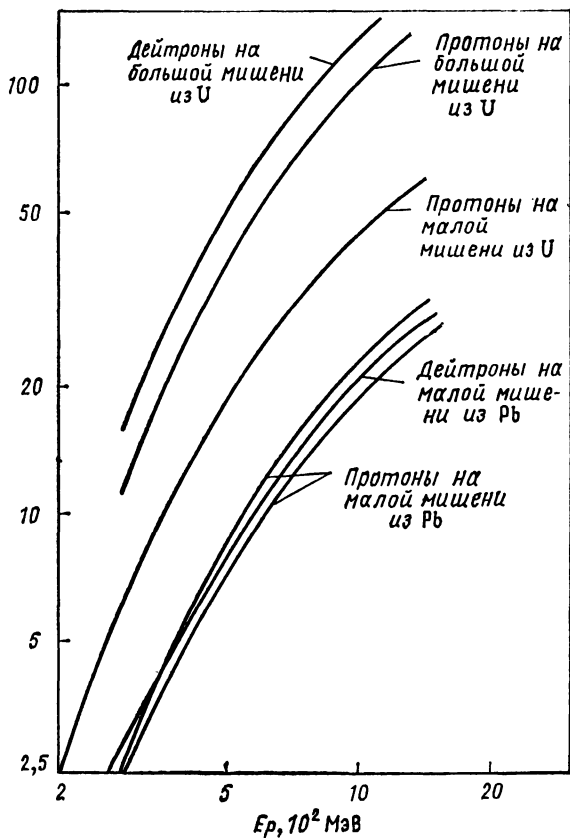
а— Сечения термоядерных реакций:

1 —  ${}^2\text{H}(d, n){}^3\text{He}$ ; 2 —  ${}^2\text{H}(d, n){}^4\text{He}$ ; 3 —  ${}^3\text{He}(d, p){}^4\text{He}$ ; 4 —  ${}^3\text{He}(d, \gamma){}^5\text{Li}$ ; 5 —  ${}^3\text{He}(t, pn){}^4\text{He}$ ; 6 —  ${}^6\text{Li}(d, p){}^7\text{Li}$

б— Сечения термоядерных реакций:

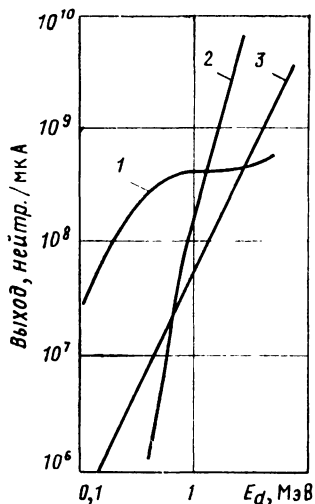
1 —  ${}^3\text{H}(p, \gamma){}^4\text{He}$ ; 2 —  ${}^6\text{Li}(d, n){}^7\text{Be}$ ; 3 —  ${}^6\text{Li}(d, t)$ ; 4 —  ${}^6\text{Li}(d, \alpha){}^4\text{He}$ ; 5 —  ${}^7\text{Li}(t, n)$ ;  
6 —  ${}^7\text{Li}({}^7\text{Li}, p){}^{10}\text{B} + {}^7\text{Li}({}^7\text{Li}, d){}^{10}\text{B}$ ; 7 —  ${}^9\text{Be}(p, \alpha){}^6\text{Be}$ ; 8 —  ${}^9\text{Be}(t, n)$

ПРИЛОЖЕНИЕ 23 [8]



Зависимость выхода нейтронов (в расчете на одну падающую частицу) от энергии падающих частиц

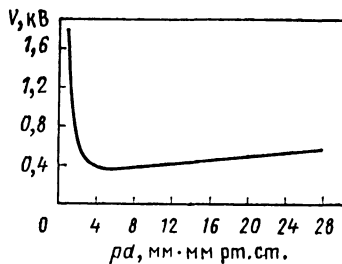
### ПРИЛОЖЕНИЕ 24 [1]



Зависимость выхода нейтронов из толстых мишеней для реакции  $(d, n)$  от энергии дейтрона  $E_d$ :

1 — мишень  ${}^9\text{H}-\text{Zr}$ ; 2 — мишень  ${}^9\text{Be}$ ; 3 — мишень  $\text{D}_2\text{O}$  (лед)

### ПРИЛОЖЕНИЕ 25 [7]



Кривая Пашена для воздуха

## Список литературы

1. **Таблицы физических величин.** Справочник. Под ред. акад. И. К. Кикоина. М., Атомиздат, 1976.
2. **Действие ядерного взрыва.** Пер. с англ. Под ред. С. С. Григоряна и Г. С. Шапиро. М., Мир, 1971.
3. **Implosion, stability and burn of multishell fusion pellets.** G. S. Fraley e. a. Report № IAEA-CN-33/F5-5, Japan, 1974.
4. **Алексеев В. А., Веденов А. А.** Об электропроводности плотных паров цезия. — Успехи физ. наук, 1970, т. 102, с. 665.
5. **Ветчинин С. П., Коршунов Ю. С.** Поведение фактора сжимаемости цезия и ртути в закритической области. — Теплофизика высоких температур, 1971, т. 9, вып. 3, с. 639.
6. **The effect of saturation on the thermo-emf of caesium at high temperatures and pressures; Alekseev V. A. e. a.** High temperature — high pressure, 1975, v. 7, p. 677.
7. **Браун С.** Элементарные процессы в плазме газового разряда. Пер. с англ. М., Госатомиздат, 1961.
8. **Harms A. A., Gordon C. W.** A parametric analysis of the spallation breeder. — Nucl. Sci. Engng., 1977, v. 63, p. 336.
9. **Зайдель А. Н., Шрейдер Е. Я.** Спектроскопия вакуумного ультрафиолета. М., Наука, 1967.
10. **Коршунов Ю. С. и др.** — Теплофизика высоких температур, 1970, т. 8, № 6.
11. **Кикоин И. К., Сенченков А. П.** — Физика металлов и металловедение, 1967, т. 24, с. 843.
12. **Frank F. U., Hensel F.** — Ber. Bunsenges. Physik. Chem., 1966, v. 70, p. 1154.

# АЛФАВИТНО-ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

- Волны альфвеновские 61  
— ионно-звуковые, возбуждение кольцевой сеткой 72  
— —, — ионным пучком 68  
— —, — током 95  
— —, распространение в турбулентной плазме 79  
— ленгмюровские 60  
— —, возбуждение электронным пучком 83  
— —, — током 95  
— —, затухание 80  
— —, смещение 78  
—, линейная трансформация 67  
— магнитогидродинамические, распространение поперек магнитного поля 60  
—, поглощение и отражение в неоднородной плазме 66  
—, прохождение за критической плазмы 81  
— электромагнитные, распространение вдоль магнитного поля 56  
— —, — поперек магнитного поля 58  
— —, усиление в плазме ксенона 63  
— —, — в МЦР 71  
— электростатические в Q-машине 64, 66
- Генерация магнитного поля 31, 34
- Двигатель плазменный 116
- Дуга в плазматроне 106  
— в трубе 105
- Земля, дрейф электрона в магнитном поле 14  
—, обтекание солнечным ветром 97, 121, 122
- Излучение магнитотормозное 43  
— поглощение циклотронное 124
- Имплозия газа 18, 19  
— водорода 22
- Ионосфера Венеры 119  
— Земли 119  
— Марса 119
- Искра, условия возникновения 111  
— вакуумная температура 49
- Континуумы излучения инертных газов 151
- Контракция тока 35
- Корона солнечная, температура 49  
— —, истечение 121
- Космические лучи, в Галактике 124
- Коэффициент ионизации азота 149
- Кривая Пашена 156
- Магнитная ловушка, время жизни электрона 12, 48  
— —, движение электрона 14  
— —, — протона 15  
— —, желобковая турбулентность 89  
— —, излучение электронов 47  
— —, температура горячих электронов 88  
— —, температура и плотность плазмы 87  
— —, электростатические волны 85  
— —, электронная жидкость и кристалл 54
- Магнитосфера Земли, дневной касп 122  
— —, нейтральный слой 122  
— —, обтекание солнечным ветром 122  
— —, ударная волна 97
- Мазер на циклотронном резонансе 71
- МГД-генератор диагональный 38  
— Фарадеевский 37  
— холловский 38
- Неустойчивость винтовая 23  
— ионного пучка 68  
— желобковая 89  
— модуляционная 82  
— «перетяжек» 24  
— распадная 76, 77, 89  
— электронного пучка 83  
— электростатических волн в магнитной ловушке 85
- Обтекание спутника 32
- Падение потенциала катодное 35, 149, 150
- Пинч,  $z$  29  
—,  $\theta$  30
- Плазма неидеальная, вязкость 99  
— —, давление 99  
— —, расслоение 100  
— —, термо-э. д. с. 101  
— —, уравнение состояния 102  
— —, электропроводность 98  
— неоднородная сопротивление 40  
— постоянная Холла 41  
— плотная, свойства 43
- Плазмоны, гидродинамические уравнения 75  
—, индуцированное испускание 76  
—, распада 77
- Плотность тока нормальная 35, 148
- Полярные сияния 109
- Пробег по Росселанду 46, 143

- Пробой ВЧ в магнитном поле 49
  - , кривая Пашена 111, 156
  - , лазерным излучением в газе 112
  - — — над поверхностью 108
  - СВЧ при пониженном давлении 112
- Прохождение через вещество  $\gamma$ -квантов 144
  - — — протонов 152
  - — — электронов 134
- Пучок ионный, дефокусировка в газе 118
  - , нейтрализация электронами 113
  - электронный, волны на поверхности 14
  - , квазилинейная релаксация 83
  - , ускорение ионов 117
  - , фокусировка в газе 115
  - , химические реакции 126
  - , электростатическая дефокусировка 53
- Разделение изотопов 130
- Разряд коронный в ЛЭП 103
  - — в электрофильтре 113
  - тлеющий в потоке газа 110
  - — в световом индикаторе 109
  - , катодное падение 35, 149, 150
  - , нормальная плотность тока 35, 148
  - — с внешней ионизацией 110
  - , температура электронов 151
  - , функция распределения электронов 153
  - , химические реакции 126
- Распад слабоионизованной плазмы на слои 82
- Реакция плазмохимическая 126
  - термоядерная, эффективное сечение 154
  - химическая, в тлеющем разряде 126
  - — под действием ионного пучка 126
  - — — — электронного пучка 126
- Сжатие газа движущейся оболочкой, адиабатическое 19
  - излучающего и проводящего тепло газа движущейся оболочкой 46
- Синтез термоядерный в сжатом ДТ-шаре 132
  - — в плазме, сжатой стеклянной микросферой 133
- Солнечный ветер, истечение 121
  - , увлечение магнитного поля Солнца 121
  - , обтекание Земли 122
- Токамак, аномальная теплопроводность 88
  - , конвекция и диффузия плазмы 27
  - , многозарядные ионы 50
  - , равновесие плазменного шнура 26
  - , траектория протона 13
  - , убегающие электроны 91
- Теплопроводность плазмы азота 50, 145
  - полностью ионизованной плазмы 42
  - лучистая за критической плазмы 51
- Турбулентность ленгмюровских волн 82, 83
  - ионно-звуковая 79, 90
  - сильная 90
- Ударная волна в трубе 93
  - — в солнечном ветре 97
  - — в  $\theta$ -пинче 93
  - , осцилляции на фронте 93
- Ускорение фольги при испарении ее поверхности 21
  - ионов коллективное 117
- Уравнение состояния плазмы 102
  - — туфа 135
- Факел над поверхностью при облучении лазером 108
- Циклотронный резонанс, мазер 71
  - , нагрев электронов 64
  - , разделение изотопов 130
- Электроны убегающие 91
- Электропроводность полностью ионизованной плазмы 42
  - неидеальной плазмы 98
- Электрофильтрация в коронном и тлеющем разряде 113
- Электроядерная генерация нейтронов 131
- Эхо плазменное, модель двух гребенек 81
  - —, затухание 81

**ИБ № 543**

**Александр Алексеевич Веденов**

**ЗАДАЧНИК ПО ФИЗИКЕ ПЛАЗМЫ**

**Редактор В. Н. Безрукова**  
**Художественный редактор А. Т. Кирьянов**  
**Переплет художника О. Н. Гребенюка**  
**Технический редактор Н. А. Власова**  
**Корректор Н. А. Смирнова**

Сдано в набор 10.07.80. Подписанно к печати 08.12.80. Т-21442.  
Формат 70 × 108/32 Бумага тип. № 1. Гарнитура литературная Печать высокая  
Усл. печ. л. 7,0. Уч.-изд. л. 6,65. Тираж 4400 экз. Зак. изд. 7625)  
Зак. тип. 709. Цена 1 р. 20 к.

**Атомиздат, 103031 Москва К-31, ул. Жданова, 5**

**Московская типография № 10 Союзполиграфпрома при Государственном комитете СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли. 113114, Москва, М-114, Шлюзовая наб., 10**



А. А. ВЕДЕНОВ ЗАДАЧНИК ПО ФИЗИКЕ ПЛАЗМЫ

А. А. ВЕДЕНОВ

ЗАДАЧНИК  
ПО ФИЗИКЕ  
ПЛАЗМЫ

АТОМИЗДАТ

А. А. ВЕДЕНОВ